Technische Universität Berlin

Diplomarbeit

Numerische Simulation abgelöster Strömung am Segel

Kay Kagelmann

24. März 2009

Eingereicht bei:
Prof. Dr.-Ing. Gerd Holbach

Betreut durch:
Dr.-Ing. Carl-Uwe Böttner

FG Entwicklung und Betrieb maritimer Systeme, EBMS
Institut für Land- und Seeverkehr
Fakultät V der Technischen Universität Berlin

Erklärung der Selbstständigkeit

Die selbstständige und eigenhändige Ausfertigung versichere ich an Eides statt.

Berlin, den 24. März 2009

Aufgabenstellung

Derzeitige Simulationen zäher Strömungen basieren überwiegend auf dem Ansatz der Reynolds Mittelung (Reynolds-Averaged Navier Stokes Equations, RANSE). Dessen Gültigkeit stößt allerdings an Grenzen, wenn die Strömung von Ablösung begleitet ist.

Ziel dieser Diplomarbeit ist es, die Vorzüge und Nachteile der für diese Strömungsformen prinzipiell besser geeigneten Detached Eddy Simulation (DES) aufzuzeigen.

Als Testfall sind die Messungen an Spinnakermodellen im Windtunnel von William C. Lasher et al. (14th CSYS, 1999) gut geeignet. Im Rahmen dieser Arbeit ist zunächst eine Auswahl aus den experimentellen Daten zu treffen. Diese Konfigurationen sollen dann mit dem Ansatz der DES simuliert werden. Der zu erstellende Vergleich der Ansätze RANSE und DES sollte aus der Darstellung der Unterschiede der Modellierungsansätze und aus der Diskussion der numerischen Resultate bestehen. Hierzu können entweder publizierte RANSE Ergebnisse (14th und 15th CSYS) oder eigene Rechnungen verwendet werden.

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden die Vor- und Nachteile von Detached Eddy Simulationen gegenüber Turbulenzmodellen, die auf den Reynolds-gemittelten-Navier-Stokes-Gleichungen basieren, aufgezeigt. Hierfür werden Strömungen an parametrisierten Spinnakermodellen, die in früheren Arbeiten bereits experimentell untersucht wurden, mit Hilfe des Programmpaketes Ansys CFX 11 stationär als auch instationär simuliert.

Da eine Detached Eddy Simulation auf einem hybriden Ansatz beruht, der sich aus Wirbelviskositätsmodellen, die das Schließungsproblem der Reynolds-gemittelten-Navier-Stokes-Gleichungen beheben, und der Large Eddy Simulation zusammensetzt, werden die Hintergründe beider Modelle erklärt und deren Stärken und Schwächen dargestellt.

Eine Detached Eddy Simulation stellt hohe Anforderungen an das, für die numerische Simulation notwendige, Rechengitter. Bei der Untersuchung verschiedener Ansätze der Gittergenerierung auf Stabilität, Performanz und Effektivität überwiegen die Vorteile eines unstrukturierten tetragonal vernetzten Gitters. Für die folgenden stationären Simulationen mit dem SST-Modell und instationären Detached Eddy Simulationen wird deswegen ausschließlich dieser Ansatz weiter verfolgt.

Beide Simulationsansätze erzeugen, verglichen mit den experimentell ermittelten Werten, gute Ergebnisse, auch wenn der DES-Ansatz in bestimmen Bereichen Schwächen zeigt. Die Kraftkoeffizienten werden vom stationären SST-Modell besser prognostiziert, zudem sind diese Simulationen in einem Bruchteil der Rechenzeit einer instationären DES durchführbar.

Obwohl sich der hohe Aufwand einer DES bei den durchgeführten Untersuchungen auf den ersten Blick nicht lohnt, können aus den so berechneten Ergebnissen wesentlich mehr Informationen über die turbulenten Strukturen in der Strömung gewonnen werden. Turbulenzmodelle die auf den Reynolds-gemittelten-Navier-Stokes-Gleichungen aufbauen sind nicht in der Lage die Strömungsverhältnisse in dieser Art abzubilden. Die Unterschiede in den Ergebnissen der beiden Modellierungsarten werden hierzu in verschiedenen Darstellungen hervorgehoben.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**
1.1 Motivation . . . 1
1.2 Das Potential numerischer Simulationen . . . 1
1.3 Zielsetzung . . . 2

2 Grundlagen **5**
2.1 Grundlagen des Segelns . . . 5
2.1.1 Kurse zum Wind . . . 5
2.1.2 Wahrer und scheinbarer Wind . . . 6
2.1.3 Ziele beim Segeln auf Vorwindkursen . . . 6
2.1.4 Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte . . . 8
2.1.5 Einwirkungsmöglichkeiten auf die Form eines Spinnakers . . . 8
2.2 Experimentelle Ermittlung der Kraftkoeffizienten . . . 8
2.2.1 Entwicklung der Spinnakermodelle . . . 9
2.2.2 Versuchsdurchführung . . . 10

3 Numerik **13**
3.1 Beschreibung turbulenter Strömungen . . . 13
3.2 Navier-Stokes-Gleichungen . . . 15
3.3 Turbulenzmodellierung . . . 15
3.3.1 Reynolds-Averaged-Navier-Stokes-Equations (RANSE) . . . 16
3.3.2 Grobstruktursimulation (LES) . . . 23
3.3.3 Detached Eddy Simulation (DES) . . . 25
3.4 Diskretisierung . . . 27
3.4.1 Das Finite-Volumen-Verfahren . . . 27
3.4.2 Zeitdiskretisierung . . . 28
3.5 Fehler bei numerischen Simulationen . . . 28
3.5.1 Konvergenzkriterium . . . 29

4 Simulation **31**
4.1 Gittergenerierung . . . 31
4.1.1 Auflösung der Grenzschicht . . . 32
4.1.2 Strukturierte Gitter . . . 33
4.1.3 Unstrukturierte Gitter . . . 36
4.1.4 Kombination von strukturierten und unstrukturierten Gittern . . . 39
4.2 Analyse der Rechengitter . . . 40
4.2.1 Stationäre Simulationen . . . 40
4.2.2 Instationäre Simulationen . . . 42
4.2.3 Ergebnisse der Testsimulationen . . . 46

4.3 Simulation ausgewählter Testfälle 46

5 Ergebnisse **51**
5.1 Vergleich von Experiment und Simulation 51
5.2 Vergleich mit früheren Simulationen 54
5.3 Ausgewählte Ergebnisse der durchgeführten Simulationen 56
5.4 Analyse der problematischen Windeinfallswinkel 61

6 Diskussion **67**

Literaturverzeichnis **69**

Abbildungsverzeichnis

1.1 Spinnaker auf dem RC44 Malcesime Slam Cup 2

2.1 Kurse zum Wind 5
2.2 Aerodynamische Kräfte bei Vor- und Gegenwindkursen 6
2.3 Zusammenhang von scheinbarem Wind und Windeinfallswinkel am Segel . 7
2.4 Beispielhafte Ansicht eines symmetrischen Spinnakermodells 9
2.5 Darstellung der parametrisierten Spinnakermodelle 10
2.6 Windtunnel und Befestigung der Spinnakermodelle 11

3.1 Unterschiede zwischen laminaren und turbulenten Strömungen 13
3.2 Energiespektrum und Arbeitsbereiche der Turbulenzmodelle 14
3.3 Darstellung der Zeitmittelung und Ensemblemittelung von Strömungen . . 16
3.4 Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Grenzschicht 20
3.5 Vergleich von DNS und LES 23

4.1 Prinzipskizze der Strömungsbereiche eines Profils eines Rotors im Schwebeflug 32
4.2 Spinnaker in einem strukturierten Gitter 34
4.3 Spinnaker im optimierten strukturierten Gitter 35
4.4 Spinnaker im unstrukturierten Gitter, Octree Mesh Method 37
4.5 Spinnaker im unstrukturierten Gitter, Delaunay Mesh Method 38
4.6 Unstrukturiertes Gitter mit Verfeinerungen, Delaunay Mesh Method . 39
4.7 Vergleich der Residuen für Masse und Impuls bei stationären Simulationen 41
4.8 Vergleich der auf den Spinnaker wirkenden Kräfte bei stationären Simulationen 42
4.9 Vergleich der DES-Blending Funktionen in den drei tetragonalen Gittern mit Verfeinerungen 44
4.10 Residuen und Kräfte einer Detached Eddy Simulation bei einem Windeinfallswinkel von 90° 45
4.11 Residuen und Kräfte einer Detached Eddy Simulation bei einem Windeinfallswinkel von 60° 48
4.12 Residuen und Kräfte einer Detached Eddy Simulation bei einem Windeinfallswinkel von 45° 48

5.1 Darstellung von experimentell bestimmten und simulierten Auftriebs-, Widerstands-, und Vortriebsbeiwerten des ersten Spinnakers der Modellreihe 52
5.2 Experimentell bestimmte und mit unterschiedlichen Turbulenzmodellen simulierte Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte des ersten Spinnakers der Modellreihe 54

5.3 Durchschnittliche Abweichungen zwischen berechneten und experimentell bestimmen Kraftkoeffizienten 55
5.4 Darstellung von Druck und Geschwindigkeit von stationärer und instationären Berechnungen bei einem Windeinfallswinkel von 60° 57
5.5 Darstellung von Druck und Geschwindigkeit von stationärer und instationären Berechnungen bei einem Windeinfallswinkel von 60° 58
5.6 Dreidimensionale Stromlinien bei einem Windeinfallswinkel von 60°, Zeitschritt 4.500 (DES) 59
5.7 Geschwindigkeitsvektoren bei einem Windeinfallswinkel von 60°, Zeitschritt 4.500 (DES) 59
5.8 Geschwindigkeitsverlauf bei einem Windeinfallswinkel von 60° über mehrere Zeitschritte 60
5.9 Geschwindigkeitsverteilungen auf XY- und ZX-Ebenen 61
5.10 Isoflächen der DES-Blendingfunktion mit dem Wert 0,001 62
5.11 Geschwindigkeitsverteilung in Hauptströmungsrichtung (entlang der X-Achse) und Geschwindigkeitsvektoren auf einer ZX-Ebene, zusätzlich Druckverteilung auf der Spinnakeroberfläche 63
5.12 Dreidimensionale Stromlinien und Darstellung der Y-Plus-Werte auf der Spinnakeroberfläche 63
5.13 Geschwindigkeitsvektoren in der Grenzschicht des Spinnakers 64
5.14 Wirbelviskosität auf einer Isofläche des Q-Kriteriums 64
5.15 DES-Blending-Funktion auf einer Isofläche des Q-Kriteriums 65

Tabellenverzeichnis

2.1 Parametervariationen der Spinnakermodelle 11

4.1 Vernetzungsparameter der unstrukturierten tetragonalen Rechengitter . . 38

5.1 Experimentell bestimmte und numerisch simulierte Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte des ersten Spinnakers der Modellreihe 51

Symbolverzeichnis

Lateinische Großbuchstaben

A_S	Segelfläche $[m^2]$
C	Courantzahl [1]
$C_{1\epsilon}$	Modellkonstante
$C_{2\epsilon}$	Modellkonstante
C_ν	Modellkonstante
C_S	Smagorinskykonstante
$CD_{k\omega}$	Cross-Diffusion-Term des SST-Modells
F_1	Blending-Funktion des SST-Modells
F_2	Blending-Funktion des SST-Modells
F_A	Auftriebskraft [N]
F_{DES}	Blending-Funktion des DES-Modells
F_{SST}	Blending-Funktion des SST-Modells
F_V	Vortriebskraft [N]
F_W	Widerstandskraft [N]
L	charakteristisches Längenmaß der Strömung [m]
L_t	Turbulentes Längenmaß [m]
Ma	Machzahl [1]
P_k	Produktionsrate der turbulenten kinetischen Energie $[\frac{m^2}{s^3}]$
$\widetilde{P_k}$	modifizierte Produktionsrate der turbulenten kinetischen Energie des SST-Modells $[\frac{m^2}{s^3}]$
Re	Reynoldszahl [1]
S_{ij}	Scherspannungstensor

Lateinische Kleinbuchstaben

a_1	Modellkonstante
c_A	Auftriebsbeiwert [1]
c_V	Vortriebsbeiwert [1]
c_W	Widerstandsbeiwert [1]
c	Schallgeschwindigkeit $[\frac{m}{s}]$
k	Turbulente kinetische Energie $[\frac{m^2}{s^2}]$
l	charakteristisches Längenmaß des Smagorinsky-Modells [m]
p	Statischer Druck $[\frac{N}{m^2}]$
t	Zeit $[s]$
u^+	normierte Geschwindigkeit [1]
u_s	scheinbare Windgeschwindigkeit $[\frac{m}{s}]$

u'	Schwankungsgeschwindigkeit $[\frac{m}{s}]$
u_τ	Wandschubspannungsgeschwindigkeit $[\frac{m}{s}]$
$\vec{u}$	vektorielle Windgeschwindigkeit $[\frac{m}{s}]$
y	Wandabstand im SST-Modell $[m]$
y^+	normierter Wandabstand [1]

Griechische Symbole

α	Modellkonstante
α_1	Modellkonstante
α_2	Modellkonstante
α_{sw}	scheinbare Windrichtung
β	Modellkonstante
β_1	Modellkonstante
β_2	Modellkonstante
β^*	Modellkonstante
Δ	Filterweite des LES-Modells [m]
δ_{ij}	Kronecker Delta
ϵ	Dissipationsrate $[\frac{m^2}{s^3}]$
η	dynamische Viskosität $[\frac{kg}{ms}]$
κ	Frequenz $[\frac{1}{s}]$
ν	kinematische Viskosität $[\frac{m^2}{s}]$
ν_t	Wirbelviskosität $[\frac{m^2}{s}]$
ω	turbulente Frequenz $[\frac{1}{s}]$
Ω_{ij}	Rotationstensor
ρ	Dichte $[\frac{kg}{m^3}]$
ρ_L	Luftdichte $[\frac{kg}{m^3}]$
σ_ϵ	Modellkonstante
σ_k	Modellkonstante
σ_{k1}	Modellkonstante
σ_{k2}	Modellkonstante
σ_ω	Modellkonstante
$\sigma_{\omega 1}$	Modellkonstante
$\sigma_{\omega 2}$	Modellkonstante
τ_{ij}	Feinstrukturspannungen des LES-Modells
τ_ω	Wandschubspannung $[\frac{N}{m^2}]$

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Beim Entwurf oder bei der Optimierung von Segelyachten ist es unerlässlich, die Segeleigenschaften quantitativ vorherzusagen. Um die Leistung einer Yacht ohne aufwändige Testfahrten oder Messungen im Windkanal vorhersagen zu können, werden sogenannte Geschwindigkeitsprognoseprogramme (englisch: Velocity Prediction Programs - VPP) verwendet, die die Geschwindigkeiten der Yacht auf allen Kursen zum Wind und bei allen Windgeschwindkeiten prognostizieren. Sie helfen aber nicht nur bei der Designentwicklung, auch Segler nutzen die Ergebnisse um optimale Winkel zum Halsen oder Wenden zu bestimmen und um passende Segel auszuwählen. Grundlage für diese Programme sind mathematische Modelle, die auf Rumpf und Segel wirkenden Kräfte bei gegebenen Randbedingungen abschätzen und somit eine resultierende Geschwindigkeit prognostizieren. Während für die Entwicklung der Modelle für den Rumpf und das Segeln gegen den Wind bereits fundierte Arbeiten vorhanden sind, gibt es nur wenige aussagekräftige Ergebnisse zu den Kräften beim Segeln mit dem Wind. Das Problem besteht in der Komplexität der Umströmung solcher Vorwindsegel, zu denen auch die Spinnaker zählen. Die aerodynamischen Ansätze, die beim Segeln gegen den Wind sehr gut funktionieren, greifen bei den hier auftretenden abgelösten Strömungen nicht. Rein theoretische Modelle reichen hier nicht aus, es werden verlässliche experimentelle Daten benötigt, um korrekte Vorhersagen über die zu erwartenden Kräfte treffen zu können.

Wie Lasher u. a. [2005, Seite 313ff.] beschreiben, gibt es nur wenige verwertbare Publikationen, die sich diesem Thema angenommen haben, zumeist fehlen konkrete Segelgeometrien oder detaillierte Dokumentationen der auftretende Kräfte. Die Auswirkungen von Designänderungen auf die Leistung der Segel sind somit nicht analysierbar. Um die Unterschiede in den Formen von Spinnakern hinsichtlich ihrer Einflüsse auf die Aerodynamik zu untersuchen, wurden von Lasher u. a. [2003] die Auftriebs- und Widerstandskräfte von acht symmetrischen Spinnakermodellen in einem Windkanal gemessen und ausgewertet.

1.2 Das Potential numerischer Simulationen

Mithilfe eines "Segeldynamometers" wie zum Beispiel der "DYNA" [Hochkirch u. Hartmut, 2000] sind Messungen von aerodynamischen Kräften im Originalmaßstab durchführbar, sie sind jedoch immer abhängig von den gegebenen Windverhältnissen.

Messungen im Windtunnel leiden oft unter fehlender Vergleichbarkeit, denn nur selten können Segel in Originalgröße untersucht werden. Bei Modellen in kleinerem Maßstab

Abbildung 1.1: Spinnaker auf dem RC44 Malcesime Slam Cup
Quelle: BMW Oracle Racing

verhält sich die Strömung allerdings anders als bei Segeln in Originalgröße. Die Lufteigenschaften können jedoch an den Maßstab des Modells angepasst werden, in dem zum Beispiel der Luftdruck erhöht oder die Temperatur verringert wird. Desweiteren befinden sich Segelboote unter realen Bedingungen in der atmosphärischen Grenzschicht, das heißt die Luftgeschwindigkeiten in der Nähe der Wasseroberfläche sind wesentlich geringer als an der Spitze des Segelmastes. Diese Bedingungen bieten nicht alle Windkanäle.

Es ist leicht ersichtlich, dass sowohl Messungen auf See als auch im Windkanal teuer und vor allem zeitaufwändig sind. Unter diesen Gesichtspunkten bietet sich eine Simulation der Strömungen am Segel an, hier besteht zunächst das Problem der Auswahl und Anpassung der gegenwärtig verfügbaren Simulationsmethoden hinsichtlich Effektivität und Korrektheit.

Lasher u. Sonnenmeier [2008] griffen deswegen später auf ihre eigenen Windkanalergebnisse zurück und führten Strömungssimulationen mit sechs unterschiedlichen, auf den Reynolds-gemittelten-Navier-Stokes-Gleichungen basierenden, Turbulenzmodellen durch. Sie untersuchten die verschiedenen Ansätze hinsichtlich ihrer Genauigkeit und Robustheit. Letztendlich zeigte sich, dass nicht die exakten Auftriebs- und Widerstandskräfte ermittelt werden können, die Simulationen aber durchaus in der Lage sind, die Einflüsse der Spinnakerformen auf die Aerodynamik wieder zu geben.

1.3 Zielsetzung

Die Durchführung von numerischen Simulationen mit Ansätzen die auf den Reynolds-gemittelten-Navier-Stokes-Gleichungen basieren, kann bei turbulenten Strömungen, wie sie bei Spinnakern vorliegen, problematisch sein. Diese Ansätze versuchen die Einflüsse der

Turbulenz auf die Strömung durch ein Modell abzubilden. Durch die Turbulenzmodellierung reduziert sich der Rechenaufwand erheblich, deren Ergebnisse können allerdings nur noch als Mittelwerte der realen turbulenten Strömung verstanden werden. Die sogenannte Detached Eddy Simulation ist für solche Anwendungen prinzipiell besser geeignet. Sie versucht den rechnerischen Aufwand im Rahmen zu halten, indem in Wandnähe ein Turbulenzmodell verwendet wird. In der freien Strömung hingegen werden die großen turbulenten Strukturen vollständig aufgelöst. Ziel dieser Diplomarbeit ist es, die Vorzüge und Nachteile dieses Simulationsverfahrens darzustellen.

Dazu werden zunächst die Ziele beim Segeln mit Spinnakern erklärt, gefolgt von einer kurzen Erklärung, wie Spinnaker eingesetzt werden. Danach werden die zugrunde liegenden Messungen der Spinnaker im Detail erklärt und die bereits publizierten Ergebnisse erläutert. Es folgen die Grundlagen der notwendigen Numerik sowie die speziellen Anforderungen einer Detached Eddy Simulation. Ein Großteil dieser Arbeit besteht aus der Entwicklung eines geeigneten numerischen Rechengitters, das den Anforderungen einer Detached Eddy Simulation gerecht wird. Mit Hilfe der gewonnenen Erkenntnisse werden einzelne Spinnaker in verschiedenen Konfigurationen simuliert. Abschließend werden die Ergebnisse mit denen aus dem Windkanal und mit früheren Simulationen verglichen und daraus Schlüsse über die Genauigkeit und die Rentabilität einer Detached Eddy Simulation für abgelöste Strömungen an Spinnakern gezogen.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Grundlagen des Segelns

2.1.1 Kurse zum Wind

Ein Segelboot kann unter verschiedenen Winkeln zum Wind segeln. Der Winkel zwischen Boot und einfallendem Wind wird als Kurs zum Wind bezeichnet (siehe Abb. 2.1). In den Fällen "Hoch am Wind" und "Am Wind" (je nach Segelboot 30° - 80°) verhalten sich die Segel wie Tragflächen. Der Vortrieb für das Segelboot wird ausschließlich durch die am Segel wirkenden Auftriebskräfte erzeugt. diese Strömung ist größtenteils laminar und kann mit einfachen Mitteln der Strömungsmechanik analysiert werden.

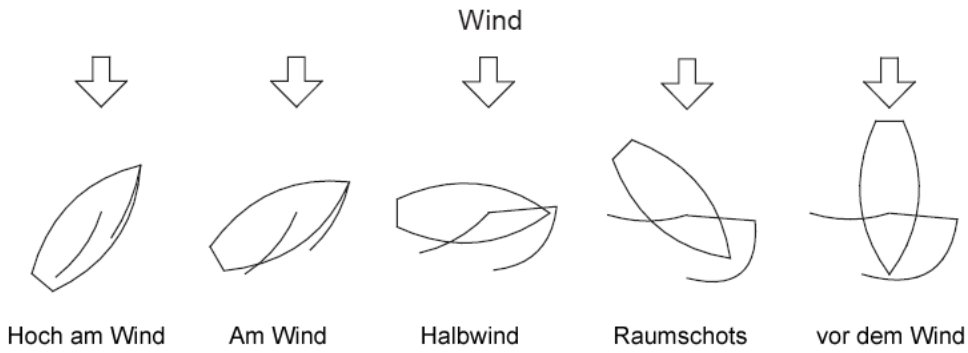
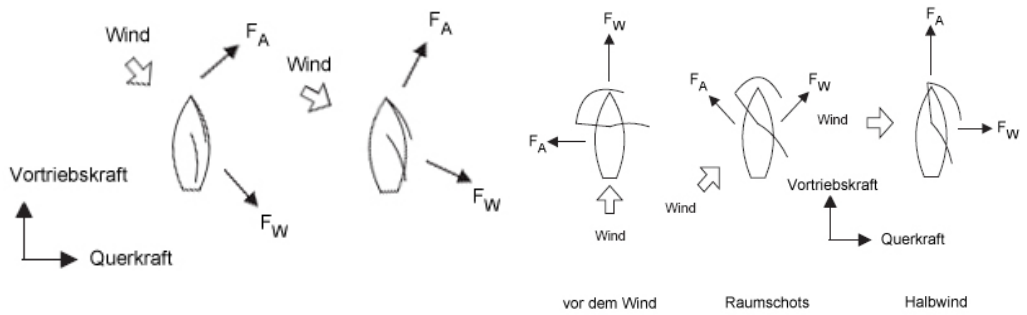


Abbildung 2.1: Kurse zum Wind, Quelle: Lasher u. a. [2005, Seite 312]

Fällt der Wind ungefähr rechtwinklig ein, so wird dieser Kurs als "Halbwind" oder weiter achtern "Raumschots" bezeichnet. Ab diesem Punkt werden die Segel, die für das Segeln gegen den Wind verwendet werden, sehr ineffizient. Hier werden spezielle "Vor-Wind-Segel" verwendet, zu denen unter anderem die Spinnaker zählen. Sie sind annähernd halbkugelförmig geschnitten, können symmetrische oder asymmetrische Formen haben und erzeugen den Vortrieb für das Segelboot durch den Widerstand, den sie dem Wind bieten und durch den Auftrieb, den sie bei Umströmung erzeugen. Asymmetrische Spinnaker sind bei kleinen Winkeln (z.B. bei "Halbwind") ergiebiger, während symmetrische Spinnaker über einen größeren Einsatzbereich verfügen. In Abbildung 1.1 sind beispielhaft mehrere asymmetrische Spinnaker bei der Fahrt „Vor-dem-Wind" zu sehen. Signifikante Unterschiede zwischen asymmetrischen und symmetrischen Formen treten nach Müller u. Graf [2005, Seite 12ff.] jedoch nur bei Windeinfallswinkeln unter 100° auf.



(a) Kräfte bei Gegenwindkursen (b) Kräfte bei Vorwindkursen

Abbildung 2.2: Aerodynamische Kräfte bei Vor- und Gegenwindkursen, Wind bezeichnet hier den scheinbaren Wind
Quelle: Lasher u. a. [2005, Seite 312]

2.1.2 Wahrer und scheinbarer Wind

Für das weitere Verständnis sind diese beiden Begriffe kurz zu erläutern. Als wahrer Wind wird die Windrichtung und -geschwindigkeit bezeichnet, die an einem festen Punkt gemessen wird. Sobald man sich nicht mehr in Ruhe befindet, wie zum Beispiel auf einem Segelboot, läßt sich der wahre Wind nicht mehr ermitteln. Es kann lediglich der scheinbare Wind gemessen werden, der sich aus wahrem Wind und Fahrtwind zusammensetzt. Der Fahrtwind steigt mit der Geschwindigkeit des Segelbootes, die Richtung des scheinbaren Windes weicht demnach vom wahren Wind mit steigender Geschwindigkeit des Bootes ab. Da unterschiedliche Kombinationen von Fahrt- und wahrem Wind den gleichen scheinbaren Wind hervorrufen können, ist für eine Segelanalyse nur der scheinbare Wind von Bedeutung. Alle Analysen beziehen sich somit immer auf den scheinbaren Wind.

2.1.3 Ziele beim Segeln auf Vorwindkursen

Grundsätzlich erzeugt das Segel durch Luftströmung oder Winddruck eine Kraft auf den Segelmast, der wiederum die Kraft auf den Schiffsrumpf überträgt. Beim Segeln gegen die Windrichtung (“Hoch am Wind“ oder “Am Wind“) wird der Vortrieb des Bootes durch die Luftströmung um das Segel und den daraus resultierenden Auftriebskräften, ähnlich dem Prinzip bei einer Tragfläche am Flugzeug, erzeugt (siehe Abbildung 2.2a). Das Ziel hierbei ist es, die Widerstandskräfte F_W zu minimieren und die Auftriebskräfte F_A zu maximieren bzw. das Verhältnis zwischen Auftrieb und Widerstand zu maximieren. Auftriebskräfte sind hierbei die Kräfte, die senkrecht zur Hauptwindrichtung wirken. Widerstandskräfte hingegen sind jene, die in Hauptwindrichtung wirken.

Anders ist es beim Segeln auf Vorwindkursen: Mit Wind von hinten („vor dem Wind“), mit Wind schräg von der Seite („Raumschots“) oder mit fast senkrecht einfallendem Wind („Halbwind“). Hier ergibt sich der Vortrieb aus den Kombinationen von Auftriebs- und Widerstandskräften in Abhängigkeit vom Einfallswinkel des Windes (siehe Abbildung 2.2b).

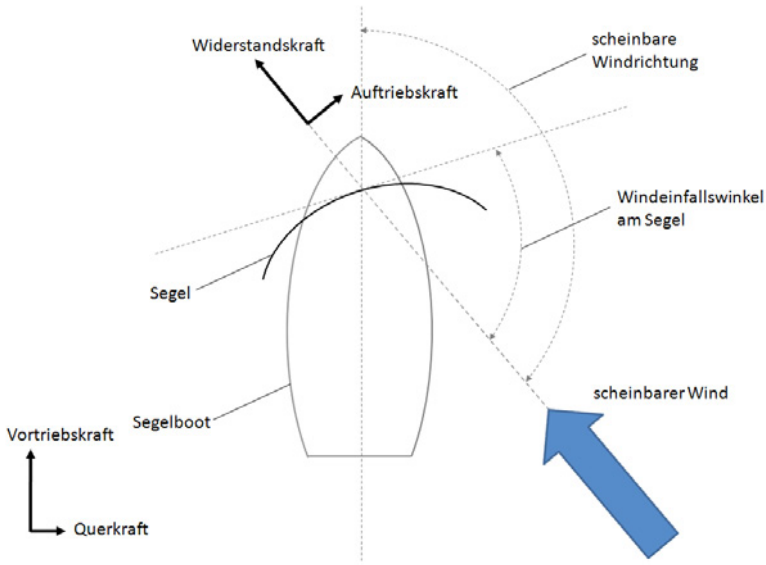


Abbildung 2.3: Zusammenhang von scheinbarem Wind und Windeinfallswinkel am Segel

In allen drei abgebildeten Fällen ist das Ziel, die Vortriebskraft, die Kraft in Fahrtrichtung des Bootes, zu maximieren und die Querkraft, die Kraft senkrecht zur Fahrtrichtung, zu minimieren. Für ein Boot auf Vorwindkurs bedeutet das, die Widerstandskraft zu maximieren und die Auftriebskraft zu minimieren. Auf „Raumschots"-Kurs ergibt sich die Vortriebskraft aus Widerstands- und Auftriebskraft. Maximalen Vortrieb erfährt das Boot also, wenn die Summe beider Komponenten maximal wird. Fährt das Boot auf „Halbwind"-Kurs, so erhält es maximalen Vortrieb, wenn die Auftriebskraft maximal und die Widerstandskraft minimal ist. Bei der Suche nach dem wirkungsvollsten Spinnaker hilft hier allerdings das Verhältnis von Auftriebs- zu Widerstandskräften allein nicht weiter. Man stelle sich zwei Segel A und B vor, wobei Segel A ein niedrigeres Verhältnis von Auftrieb zu Widerstand besitzt als Segel B. Jedoch erzeugt Segel A gleichzeitig wesentlich mehr Vortrieb als Segel B, in diesem Fall würde man trotz des schlechteren Verhältnisses von Auftrieb und Widerstand Segel A wählen.

Nach Milgram [1993] berechnet sich die resultierende Vortriebskraft F_V eines solchen Segels unter einem bestimmten Kurs und somit einem festen scheinbaren Wind α_{sw} nach

$$F_V = F_A \cdot \sin(\alpha_{\mathrm{sw}}) + F_W \cdot \cos(\alpha_{\mathrm{sw}}) \,. \tag{2.1}$$

Die Auftriebs- und Widerstandskräfte hängen vom Winkel ab, in dem der Wind auf das Segel trifft. Dieser Winkel kann unabhängig vom scheinbaren Wind gewählt werden (siehe Abbildung 2.3). Es ergeben sich für jeden Windeinfallswinkel resultierende Kräfte für Widerstand und Auftrieb. Werden daraus die Vortriebskräfte nach Gleichung 2.1 berechnet, so kann der Windeinfallswinkel bestimmt werden, der die stärkste Vortriebskraft und geringste Querkraft erzeugt.

Die experimentell bestimmten oder aus numerischen Simulationen gewonnen Auftriebs- und Widerstandskräfte geben also direkt Aufschluss über die durch das Segel erzeugten Vortriebskräfte und helfen so bei der Ermittlung des optimalen Kurses.

2.1.4 Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte

Die Kraft, die auf ein Segel im Wind wirkt, hängt von Windrichtung, Windgeschwindigkeit, Segelfläche und Luftdichte ab. Um verschiedene Experimente - mit gleichem Windeinfallswinkel - unter unterschiedlichen Bedingungen vergleichen zu können, bedient man sich dimensionsloser Kraftkoeffizienten (Beiwerte). Die Auftriebsbeiwerte berechnen sich nach 2.2, die Widerstandsbeiwerte nach Gleichung 2.3 (vgl. Hochkirch u. Hartmut [2000, Seite 10])

$$c_A = \frac{2F_A}{\rho_L \cdot A_S \cdot u_s^2} \tag{2.2}$$

$$c_W = \frac{2F_W}{\rho_L \cdot A_S \cdot u_s^2} \tag{2.3}$$

Damit ist es nun möglich, Segel mit der gleichen Segelfläche A_S und gleichen Windeinfallswinkeln unter verschiedenen Bedingungen, also Luftdichten ρ_L und scheinbaren Windgeschwindigkeiten u_s, zu vergleichen.

Sind hingegen die Beiwerte eines Segels unter einem Windeinfallswinkel bekannt, so können daraus direkt die am Segel wirkenden Kräfte berechnet werden.

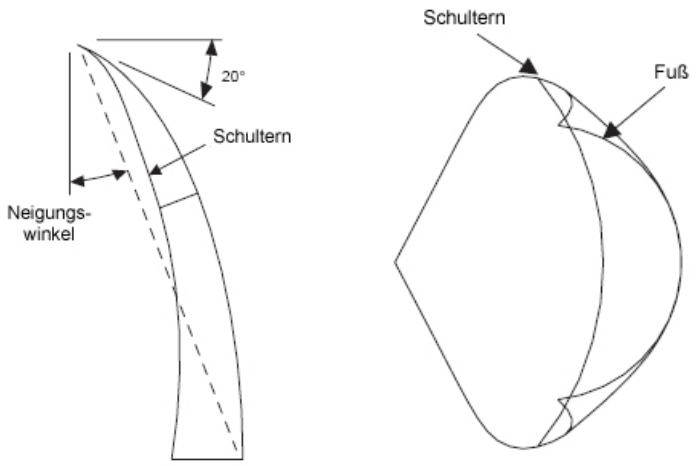
2.1.5 Einwirkungsmöglichkeiten auf die Form eines Spinnakers

Die Form eines Spinnakers wird durch drei Faktoren bestimmt. Zum einen durch den Segelmacher, der Schnitt und Vernähungen der Stoffbahnen festlegt, weiter durch den Yachtbauer, der die Takelage (Masten und Tauwerk) vorgibt, und durch die Einstellungen die vom Segler durchgeführt werden. Während die beiden ersten Faktoren die grobe Form, die der Spinnaker im Wind einnehmen wird, festlegen, muss der Segler ihn an die gegebenen Windbedingungen anpassen (trimmen).

Grundsätzlich können der Einfallswinkel des Windes auf den Spinnaker, die Krümmung horizontal als auch vertikal sowie die Bauchigkeit verändert werden. Krümmung und Bauchigkeit wirken sich direkt auf die projizierte Fläche, die Fläche die der Spinnaker dem Wind als Widerstand bietet, aus. Der Einfallswinkel bestimmt das Verhältnis von Auftriebs- zu Widerstandskräften. Es ergeben sich somit sehr viele Parameter die die Leistung des Spinnakers beeinflussen. Ein Verständnis über die Wirkunsgweise sowie Einflussnahme der einzelnen Parameter ist für die Optimierung einer Spinnakergeometrie unerlässlich.

2.2 Experimentelle Ermittlung der Kraftkoeffizienten

Die von Lasher u. a. [2003] durchgeführten parametrischen Variationen der Spinnakerformen bieten eine gute Grundlage, um die Zusammenhänge von Spinnakerform und den im Wind auftretenden Kräften unter verschiedenen Windeinfallswinkeln zu analysieren. Obwohl bei Weitem nicht alle Modelle dieser Testreihe in der vorliegenden Arbeit ausgewertet werden, soll hier kurz auf die Entstehung der parametrisierten Spinnakerformen und die experimentelle Bestimmung ihrer Kraftkoeffizienten eingegangen werden.



(a) seitliche Sicht (b) Sicht von unten

Abbildung 2.4: Beispielhafte Ansicht eines symmetrischen Spinnakermodells, Quelle: Lasher u. a. [2005, Seite 318]

2.2.1 Entwicklung der Spinnakermodelle

Zunächst wurde eine Modellreihe mit acht starren symmetrischen Spinnakern nach der Theorie der Statistischen Versuchsplanung (englisch: design of experiments, DOE, Box u. a. [1978]) entwickelt. Es wurden hierbei drei Parameter variiert, die die Segelform beeinflussen: Das Krümmungsverhältnis am Fuße des Spinnakers (Krümmung geteilt durch Länge der Fußseite), das Seitenverhältnis (Verhältnis zwischen Höhe und Breite, genauer die Länge der vertikalen Mittelachse durch Länge der Fußseite) und der Neigungswinkel, den man zwischen einer gedachten Linie von der Spitze des Spinnakers zur Mittelachse am Fuß des Spinnakers und dem gefällten Lot an der Spitze des Spinnakers bestimmt (siehe Abbildung 2.4a).

Alle drei Parameter können nur zwei Werte annehmen, einen minimalen und einen maximalen. Beide wurden so gewählt, dass sie denen aktueller Segelboote entsprechen. Ziel war es, einen Zusammenhang zwischen den Variationen der drei Parameter und der Leistung (Widerstands- und Auftriebsbeiwerten) eines Segels nachzuweisen. Die Ergebnisse der Messungen im Windkanal wurden deswegen mit Hilfe einer Varianzanalyse (englisch: analysis of variance, ANOVA) ausgewertet. Sollte diese Analyse auf einen statistisch signifikanten Einfluss der Parameter auf die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte hinweisen, so kennzeichnet das einen funktionalen Zusammenhang von einem oder mehreren Parametern mit den auftretenden Kräften am Segel. Die Varianzanalyse basiert auf einem Konfidenzintervall von 95%, daraus ergibt sich, dass Änderungen der Widerstands- und Auftriebsbeiwerte bis zu einer Grössenordnung von 3% keine Aussage über eine Abhängigkeit zulassen, sie wären statistisch nicht signifikant genug.

Die Modellreihe wurde später von den Autoren um vier weitere Segelformen ergänzt (vgl. Lasher u. a. [2005]). Zwei weitere Parameter wurden hierbei eingeführt, zum Einen wurde die vertikale Krümmung der Hülle des Spinnakers bis zu den Schultern und zum Anderen die Schulterbreite variiert.

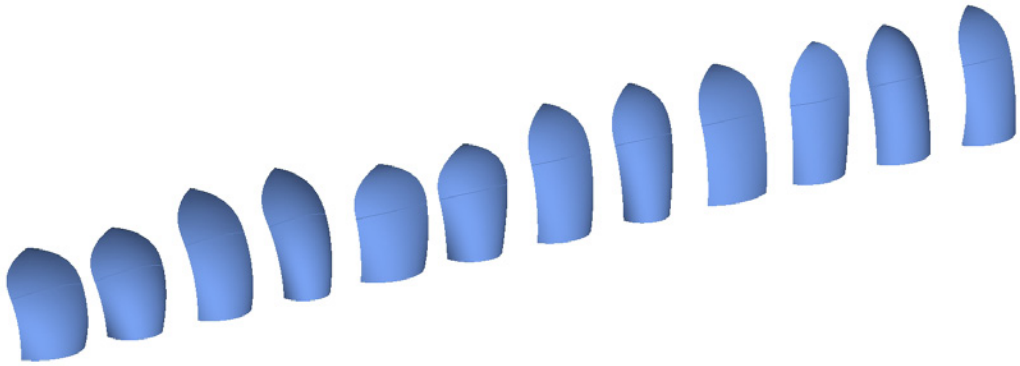


Abbildung 2.5: Darstellung der parametrisierten Spinnakermodelle, v.l.n.r 1-12

Die parametrisierten Modelle entsprechen nicht realen Spinnakerformen, sie ermöglichen vielmehr die systematische Variation der typischen Formen von Spinnakern. Abbildung 2.5 zeigt eine Gegenüberstellung alle Spinnakermodelle, die von den Autoren entwickelt und untersucht worden sind. In Tabelle 2.1 sind alle Parametervariationen festgehalten. Alle Spinnakermodelle haben eine Dicke von 0,28 cm und besitzen auf der Rückseite eine Aufnahme, um sie im Windkanal an einem Dynamometer befestigen zu können. Ihre nominale Größe (Länge der Mittelachse x Länge der Fußseite) beträgt 0,0240 m^2, ihre tatsächliche Größe beträgt 0,0202 m^2.

Sie wurden mit einem 3D-Drucker erstellt, der mit Hilfe eines Bindemittels Zellulosepulver gezielt an einzelnen Stellen verfestigt und so das Modell Schicht für Schicht aufbaut. Um eine größere Steifigkeit der Modelle zu erzielen, wurden sie anschließend mit einer Chemikalie behandelt. Eines dieser so erzeugten Modelle wurde im Anschluss mit einem dreidimensionalen Laserscanner digitalisiert und mit dem ursprünglichen digitalen Modell verglichen. Die Abweichung zwischen physischem und digitalem Modell betrug weniger als 0,02 cm. Zusätzlich wurde eines der Modelle während eines Testes im Windkanal fotografiert: Am Fuße des Spinnakers lag die Abweichung des Krümmungsverhältnisses zwischen realem und digitalem Modell unter einem Prozent.

2.2.2 Versuchsdurchführung

Die Modelle wurden in einem offenen Windkanal der Firma ELDINC getestet, Abbildung 2.6a zeigt einen Windtunnel dieser Firma mit gleichen Kenndaten. Er besitzt eine Messstrecke mit den Abmaßen 60,96 cm x 60,96 cm und einer Länge von 121,9 cm (24 x 24 x 48 inch). Das zur Kräftemessung verwendete Dynamometer wurde 30,5 cm (12 inch) hinter dem Lufteinlaß platziert, es wurde mit Messgewichten kalibiriert und der Messfehler kann als vernachlässigbar angesehen werden. Die Spinnakermodelle wurden mit einem 12,7 cm langen Stab am Dynamometer befestigt (siehe Abbildung 2.6b), um die Einflüsse der Messapparatur auf die Messungen zu minimieren.

Soll ein verkleinertes Modell in einem Windkanal untersucht werden, müssen die Reynoldszahlen aus Versuch und Realität übereinstimmen. Die Reynoldszahl ist eine dimensi-

Model	Krümmungs-verhältnis am Fuß	Seiten-verhält-nis	Neigungs-winkel	Radiusver-hältnis der Hülle	Verhältnis Schulter- zu Fußbreite
1	0,25	1,4	33,69°	2	1,0
2	0,45	1,4	33,69°	2	1,0
3	0,25	2,0	33,69°	2	1,0
4	0,45	2,0	33,69°	2	1,0
5	0,25	1,4	21,80°	2	1,0
6	0,45	1,4	21,80°	2	1,0
7	0,25	2,0	21,80°	2	1,0
8	0,45	2,0	21,80°	2	1,0
9	0,15	2,0	21,80°	2	1,0
10	0,25	2,0	11,30°	2	1,0
11	0,25	2,0	21,80°	1	1,0
12	0,25	2,0	21,80°	2	0,8

Tabelle 2.1: Parametervariationen der Spinnakermodelle,
Quelle: Lasher u. a. [2005, Seite 320]

(a) Windtunnel 406 der Firma ELDINC,
Quelle: ELDINC.com

(b) Befestigung der Spinnakermodelle am Dynamometer,
Quelle: Lasher u. a. [2005]

Abbildung 2.6: Windtunnel und Befestigung der Spinnakermodelle

onslose Kennzahl, die das Verhältnis zwischen Trägheits- und Zähigkeitskräften darstellt, sie berechnet sich nach Gleichung 2.4 aus Luftdichte ρ, dem Betrag der Windgeschwindkeit $|\vec{u}|$, der charakteristischen Länge L und der dynamischen Viskosität η. Da die Breite und Höhe der Spinnakermodelle variiert, wählte man in den früheren Arbeiten die Quadratwurzel der Segelfläche als charakteristische Länge.

$$Re = \frac{\rho \cdot |\vec{u}| \cdot L}{\eta} \tag{2.4}$$

Im vorliegenden Versuch betrug die Windgeschwindkeit im Windkanal $25,6$ m/s. Mit einer dynamischen Viskosität η von $1,831 \cdot 10^{-5}$ kg/ms, einer Luftdichte ρ von $1,185$ kg/m^3 und der charakteristischen Länge $L = 0,142$ m ergibt sich somit eine Reynoldszahl von 235.000 (alle physikalischen Größen sind bei einem Druck von $1,0133$ bar und 298 K angegeben).

Wählt man ein Segelboot der Klasse J/24 mit einer Spinnakersegelfläche von ca. $40,8$ m^2 (vgl. International J/24 Class Association [2007]) als Referenz, so ergibt sich ein Maßstab von 1:45, mit Hilfe der Reynoldszahl und den unterschiedlichen charakteristischen Längen ergibt sich eine reale Windgeschwindigkeit von 0,57 m/s oder 1,1 Knoten.

Da sich die Umströmung eines Spinnakers stark turbulent verhält und die Kräfte somit zeitlich schwanken, wurden die auf die Spinnakermodelle wirkenden Kräfte über einen Zeitraum von 30 Sekunden aufgenommen und danach gemittelt. Der Fehler bei der Messung der Windgeschwindigkeit ist mit unter 2% angegeben.

Alle Modelle wurden unter Windeinfallswinkeln von 90° bis 35° in 5°-Schritten vermessen.

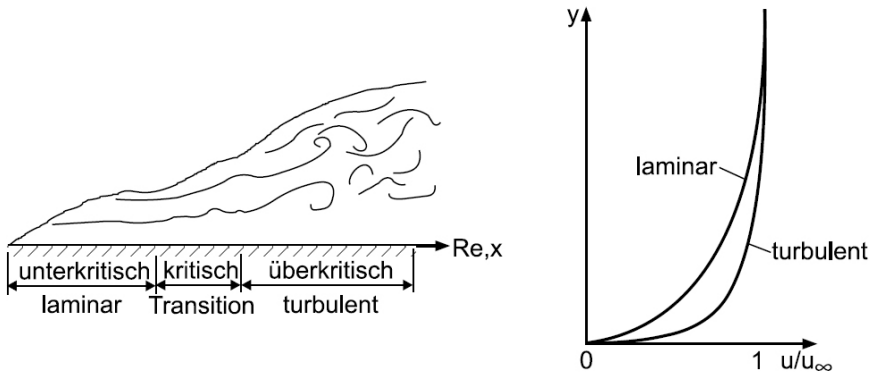
Kapitel 3

Numerik

In diesem Kapitel wird zunächst auf die Problematik der turbulenten Strömungen eingegangen, danach werden die Grundgleichung der Strömungsmechanik angegeben. Ein Hauptaugenmerk liegt auf der Beschreibung der unterschiedlichen Ansätze der Turbulenzmodellierung, da diese Arbeit vor allem Vor- und Nachteile der Detached Eddy Simulation gegenüber anderen Simulationsverfahren aufzeigen soll. Abschließend werden die für die numerische Berechnung notwendigen Verfahren und deren Fehler kurz erläutert.

3.1 Beschreibung turbulenter Strömungen

Die Bewegung einer Flüssigkeit kann in zwei grundlegende Strömungsarten unterteilt werden. Sie kann laminar oder turbulent sein. Bei einer laminaren Strömung kreuzen sich die Bahnlinien der bewegten Flüssigkeitsteilchen nicht. Wohingegen bei einer turbulenten Strömung scheinbar ungeordnete Bewegungen, auch quer zur eigentlichen Hauptströmungungsrichtung, zu beobachten sind. Ob eine Strömung turbulent oder laminar ist, hängt im wesentlichen von der Reynoldszahl ab. Es gibt für jeden Anwendungsfall eine sogenannte kritische Reynoldszahl, ab der die laminare Strömung in eine turbulente umschlägt (Abbildung 3.1a).



(a) Laminar-turbulenter Umschlag

(b) Geschwindigkeitsprofile bei laminarer und turbulenter Grenzschicht

Abbildung 3.1: Unterschiede zwischen laminaren und turbulenten Strömungen
Quelle: Ferziger u. Perić [2008]

Turbulente Strömungen sind hochgradig dreidimensional, regellos, instationär und wirbelbehaftet. Sie sind zudem dissipativ, d.h. ihre kinetische Energie nimmt in einem abgeschlossenen System im Laufe der Zeit ab, und diffusiv, d.h. es findet ein Austausch von Impuls und skalaren Größen statt, der nicht durch molekulare Diffusion entsteht, sondern durch turbulente Fluktuationen. Die turbulente Diffusion erzeugt Wirkungen, als wäre die Zähigkeit des Fluids um mehrere Zehnerpotenzen erhöht worden, und ist somit maßgeblich für die Reibungswiderstände in vielen technischen Anwendungen verantwortlich. Abbildung 3.1b zeigt den Einfluss der Turbulenz auf die Fluidgeschwindigkeit in einer Grenzschicht. Eine weitere Eigenschaft ist die Mehrskaligkeit der Wirbelstrukturen, d.h. die turbulenten Bewegungen finden auf vielen räumlichen und zeitlichen Skalen gleichzeitig statt, da sich Wirbel unterschiedlicher Größe überlagern und miteinander wechselwirken.

Die Energie der Turbulenz verteilt sich über einen breiten Frequenzbereich, wobei niedrige Frequenzen energiereicher und somit wichtiger sind. Die turbulente kinetische Energie ergibt sich aus der Integration der spektralen Energiedichte E über den gesamten Wellenzahlbereich κ:

$$k = \int_0^\infty E(\kappa)\, d\kappa \tag{3.1}$$

Abbbildung 3.2 zeigt das Energiespektrum im Wellenzahlbereich mit doppelt logarithmischer Auftragung. Zusätzlich sind die Arbeitsbereiche der verschiedenen Turbulenzmodellierungen eingezeichnet.

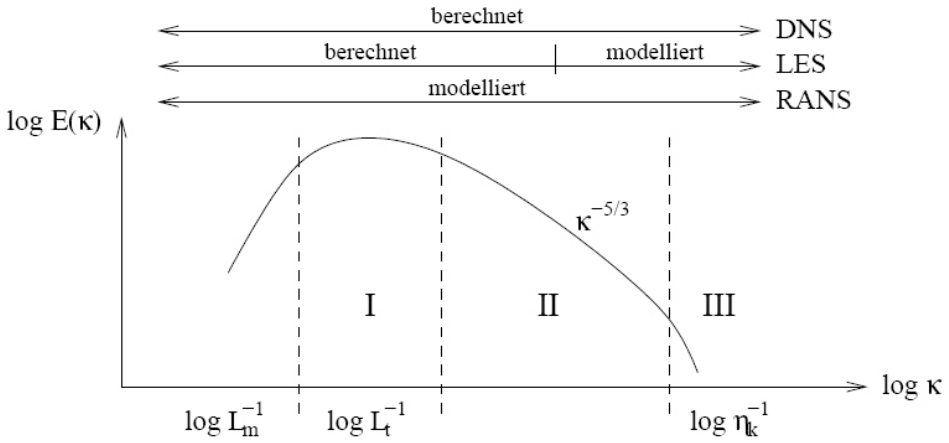


Abbildung 3.2: Energiespektrum und Arbeitsbereiche der Turbulenzmodelle, Quelle: Córdova [2007, Seite 16]

Das Spektrum kann in drei Bereiche geteilt werden:

I Energietragende Wirbel: Große Wirbelstrukturen (eddies) entziehen der Strömung Energie, die dann zu kleineren Skalen transferiert wird.

II Trägheitsbereich: Er nimmt für hohe Reynoldszahlen den größten Teil des Spektrums ein.

III Dissipationsbereich: Hier wird die turbulente kinetische Energie dissipiert.

3.2 Navier-Stokes-Gleichungen

Die Navier-Stokes-Gleichungen beschreiben die Bewegungen eines Fluids vollständig, sowohl in laminaren als auch in turbulenten Strömungen. Diese Gleichungen wurden von Claude Navier und Georg Stokes unabhängig voneinander im 19. Jahrhundert aufgestellt. Sie werden aus den fundamentalen Massen-, Impuls- und Energieerhaltungssätzen hergeleitet und bilden die Grundgleichungen der Strömungsmechanik. Unter Annahme eines inkompressiblen Fluids und dem Wegfall äusserer Körperkräfte vereinfachen sie sich zu den folgenden Gleichungen der Massenerhaltung (3.2) und den Gleichungen der Impulserhaltung (3.3).

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad , \quad i = 1, 2, 3 \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(u_i u_j\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\,\nu S_{ij}\right) \quad , \quad i, j = 1, 2, 3 \tag{3.3}$$

Der Scherspannungstensor S_{ij} ist dabei wie folgt definiert

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right). \tag{3.4}$$

Wobei x_i die kartesischen Koordinaten und u_i die kartesischen Komponenten des Geschwindigkeitsvektors, ρ die Dichte des Fluids, ν die kinematische Viskosität sowie p den Druck darstellen.

Inkompressible Fluide existieren zwar nicht, mit ihrer Annahme vereinfachen sich die Rechnungen aber enorm und der Fehler ist vernachlässigbar klein. Bei der Näherung geht man davon aus, dass ein Fluid seine Dichte bei Druckänderung beibehält, wenn die Machzahl gering ist. Seine Dichte ist somit nur noch von der Temperatur abhängig. Die Machzahl ist eine dimensionslose Kennzahl, die das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit des Fluids zur Schallgeschwindigkeit im Fluid angibt.

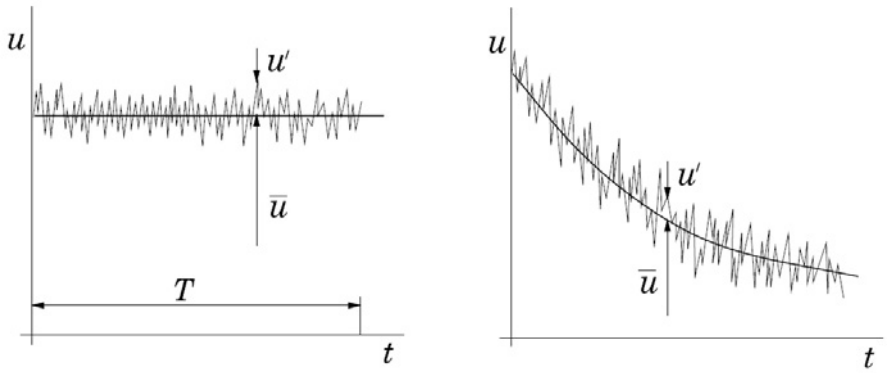
$$Ma = \frac{|\vec{u}|}{c} \tag{3.5}$$

Setzt man in die Gleichung 3.5 die Geschwindigkeit von $25,6$ m/s und eine Schallgeschwindigkeit von 346 m/s ein, so ergibt sich eine Machzahl von $0,074$. Dieser Wert liegt weit unter dem in der Literatur angegebenen Grenzwert von $0,3$ (vgl. Ferziger u. Perić [2008, Seite 15]), ab dem die Dichteveränderung nicht mehr vernachlässigbar ist.

Die Navier-Stokes-Gleichungen bilden ein nichtlineares partielles Gleichungssystem, für das es, außer unter sehr eingeschränkten Bedingungen, keine analytische Lösung gibt. In technischen Anwendungsfällen sind somit immer numerische Verfahren notwendig.

3.3 Turbulenzmodellierung

Die oben genannten Erhaltungsgleichungen können die turbulenten Schwankungen vollständig abbilden, eine numerische Berechnung ist demnach theoretisch möglich. Um jedoch



(a) Zeitmittelung für eine statistisch stationäre Strömung

(b) Ensemblemittelung für eine instationäre Strömung

Abbildung 3.3: Darstellung der Zeitmittelung und Ensemblemittelung von Strömungen
Quelle: Ferziger u. Perić [2008, Seite 345]

die Turbulenz mit all ihren Strukturen numerisch berechnen zu können, bedarf es einer sehr feinen Diskretisierung von Raum und Zeit. Die zeitliche Schrittweite muss unter der Dauer der kürzesten turbulenten Schwankung liegen. Ebenso müssen die Gitterzellen kleiner sein als der kleinste Wirbel, der auftreten kann. Die Rechenleistung, die für solch eine Direkte Numerische Simulation (DNS) notwendig ist, liegt heute noch weit über der Leistungsfähigkeit verfügbarer Computer. Da die benötigte Rechenleistung direkt von der Reynoldszahl abhängt, ist die DNS in absehbarer Zeit für technische Anwendungen nicht durchführbar. Sie ist vielmehr ein Forschungswerkzeug, um die Entstehung, den Transport und das Vernichten von Wirbelstrukturen zu verstehen. Die Fülle an Detailinformationen ist in den meisten technischen Anwendungen weniger interessant, es reichen meist globale Beiwerte für Auftrieb und Widerstand bzw. Druckverteilungen. Um in einer Simulation dennoch die Einflüsse der Turbulenz auf die Strömung berücksichtigen zu können, gibt es verschiedene Modelle, die im Folgenden beschrieben werden sollen.

3.3.1 Reynolds-Averaged-Navier-Stokes-Equations (RANSE)

In technischen Anwendungen interessieren zumeist nicht die exakten Drücke und Geschwindigkeiten zu jedem Zeitpunkt, hier genügen die Mittelwerte. Die Turbulenz ist also nicht mit all ihren Strukturen von Interesse, sondern lediglich ihre Auswirkungen auf die mittleren Strömungsgrößen Druck und Geschwindigkeit. Sie wird deswegen nur statistisch berücksichtigt, ihre gesamte Instationärität wird gemittelt. Diese Mittelungen basieren auf Ideen von Osborne Reynolds, die er vor über einem Jahrhundert entwickelt hat. Sie werden deswegen Reynolds-gemittelte Methoden genannt.

In statistisch stationären Strömungen kann jede Variable als Summe aus einem zeitgemittelten Wert ϕ und einer Schwankung um diesen ϕ' dargestellt werden:

$$\phi\left(x_i, t\right) = \overline{\phi}\left(x_i\right) + \phi'\left(x_i, t\right) \tag{3.6}$$

wobei

$$\overline{\phi}\left(x_i\right) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \phi\left(x_i, t\right) \mathrm{d}t \tag{3.7}$$

Hierbei ist ϕ eine beliebige Variable, t die Zeit und T das Mittelungsintervall. Das Mittelungsintervall muss im Vergleich zur typischen Schwankungsdauer groß sein, damit ϕ nicht vom Zeitpunkt, an dem die Mittelung beginnt, abhängt (siehe Abbildung 3.3a).

Ist die Strömung nicht statistisch stationär, kann keine Zeitmittelung verwendet werden, sie muss durch eine Ensemblemittelung ersetzt werden (siehe Abbildung 3.3b):

$$\overline{\phi}\left(x_i\right) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \phi_n\left(x_i, t\right) \mathrm{d}t \tag{3.8}$$

Dabei ist N die Anzahl der Ensemblemitglieder. Diese muss groß genug sein, um die Fluktuationseffekte zu beseitigen. Wendet man diese Reynolds-Mittelung auf die Navier-Stokes-Gleichungen an, so ergeben sich die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen, englisch Reynolds-Averaged Navier-Stokes-Equations (RANSE). Die gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible Fluide nehmen demnach die folgende Gestalt an:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \tag{3.9}$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u_i}\,\overline{u_j} + \overline{u_i' u_j'}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\nu\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) \tag{3.10}$$

Durch die Reynolds-Mittelung entstehen die Terme $\overline{u_i' u_j'}$ in den Erhaltungsgleichungen. Sie werden als Reynoldsspannungen bezeichnet. Das Gleichungssystem ist damit nicht geschlossen, es enthält mehr Unbekannte als Gleichungen vorhanden sind. Man bezeichnet dies als Schließungsproblem.

Die Schließung der RANS-Gleichungen erfordert den Einsatz von Approximationen, z.B. durch Vorgabe des Reynolds-Spannungstensors. Hierfür gibt es zahlreiche unterschiedliche Turbulenzmodelle. Grundsätzlich unterscheidet man in Wirbelviskositäts- und Reynoldsspannungsmodelle. Im Falle der Wirbelviskositätsmodelle erfolgt eine weitere Unterteilung, abhängig von der Anzahl der zusätzlichen Differentialgleichungen, die zur Beschreibung der Turbulenzgrößen benötigt werden. Werden keine weiteren Differentialgleichungen verwendet, sondern die Reynoldsspannungen durch algebraische Ausdrücke modelliert, spricht man von Nullgleichungsmodellen. Bei Ein- oder Zweigleichungsmodellen werden eine bzw. zwei zusätzliche Differentialgleichungen aufgestellt, die die Turbulenzgrößen in geeigneter Weise modellieren.

Die bei den Wirbelviskositätsmodellen angenommene isotrope Turbulenz beschränkt die Qualität der Modellierung deutlich. Wird für jede Reynoldsspannung eine eigene Transportgleichung aufgestellt, kann die Anisotropie turbulenter Strömungen wesentlich besser abgebildet werden. Diese sogenannten Reynoldsspannungsmodelle haben allerdings im dreidimensionalen Fall sieben zusätzliche Differentialgleichungen: Sechs für die Reynoldsspannungen und eine für die Dissipationsrate, der numerische Aufwand steigt somit erheblich.

Da die für diese Arbeit verwendete Software, ANSYS CFX 11, bei der DETACHED EDDY SIMULATION auf das SHEAR-STRESS-TRANSPORT-Turbulenzmodell zurückgreift, und dieses sich aus dem k-ϵ- und k-ω-Modell zusammensetzt (beides Wirbelviskositätsmodelle), werden diese im Folgenden genauer beschrieben. In den Simulationen von Lasher u. Sonnenmeier [2008] wird vor allem das REALIZABLE-k-ϵ-Modell verwendet. Da diese Ergebnisse später mit denen dieser Arbeit verglichen werden sollen, wird auch jenes Modell kurz beschrieben.

Ansatz von Boussinesq

BOUSSINESQ postulierte im 19. Jahrhundert eine Analogie zwischen molekularer und turbulenter Diffusion. Sein Ansatz ist die Grundlage für alle Wirbelviskositätsmodelle. Die Reynoldsspannungen lassen sich demnach analog zu den viskosen Spannungen proportional zur Scherrate bestimmen. Durch die Einführung einer isotropen turbulenten Wirbelviskosität ν_t, welche von den Scherraten der mittleren Geschwindigkeit abhängig ist, kann der Reynoldsspannungstensor dargestellt werden durch

$$-\overline{u_i' u_j'} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}. \tag{3.11}$$

Wobei k als turbulente kinetische Energie wie folgt definiert ist.

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} \tag{3.12}$$

Für die Wirbelviskosität ν_t (englisch: eddy-viscosity) kommt man durch eine Dimensionsanalyse zu folgender Proportionalität:

$$\nu_t = C_\nu \sqrt{k}\, L_t \tag{3.13}$$

Hierbei steht L_t für ein turbulentes Längenmaß, C_ν ist eine empirisch bestimmte Konstante. Es ergibt sich somit durch die Bestimmung der Wirbelviskosität, bzw. seiner turbulenten Längenmaße, eine Modellierung für den unbekannten Reynoldsspannungstensor.

Setzt man die Gleichung 3.11 der Reynoldsspannungen nun in die REYNOLDS-gemittelten NAVIER-STOKES-Gleichungen für die Impulserhaltung ein, ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u_i}\, \overline{u_j} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right] \tag{3.14}$$

Durch die Anwendung der Gleichungen der Massenerhaltung (3.9) können die Gleichungen für die Impulserhaltung weiter vereinfacht werden und ergeben sich zu:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right] \tag{3.15}$$

Das k-ϵ-Modell

Das von LAUNDER und SPALDING vorgeschlagene k-ϵ-Modell (vgl. Launder u. Spalding [1972]) ist das bekannteste Zweigleichungsmodell.

Es überzeugt durch numerische Stabilität, einem guten Kosten-Nutzen-Effekt und gute Anwendbarkeit auf unterschiedliche technische Strömungen. Dadurch ist es eines der populärsten Turbulenzmodelle und wird, obwohl es bekannte Mängel besitzt, sehr häufig eingesetzt.

Neben einer zusätzlichen Transportgleichung für die kinetische Energie wird eine weitere Transportgleichung für die turbulente Dissipation gelöst. Das Verhältnis zwischen turbulenter kinetischer Energie, der Dissipation und dem turbulenten Längenmaß ist gegeben durch

$$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{L_t}. \tag{3.16}$$

Für die gesuchte Wirbelviskosität aus Gleichung 3.11 ergibt sich damit

$$\nu_t = C_\nu \frac{k^2}{\epsilon}. \tag{3.17}$$

wobei die Proportionalitätskonstant C_ν den Wert 0,09 besitzt. Die beiden Unbekanten k und ϵ dieser Gleichung werden mit Hilfe der Transportgleichungen für die turbulenten kinetischen Energie (3.18) und der Dissipationsrate (3.19) berechnet.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + P_k - \epsilon \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + C_{1\epsilon}P_k\frac{\epsilon}{k} - C_{2\epsilon}\frac{\epsilon^2}{k} \tag{3.19}$$

Die Modellkonstanten $C_{1\epsilon} = 1,44$, $C_{2\epsilon} = 1,92$, $\sigma_k = 1,0$ und $\sigma_\epsilon = 1,3$ werden hierbei experimentell bestimmt. Die Produktionsrate der turbulenten kinetischen Energie P_k ist definiert durch

$$P_k = -\overline{u_i' u_j'}\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j}. \tag{3.20}$$

Auch hier wird die Wirbelviskositätsannahme aus Gleichung 3.11 zu Hilfe genommen und die Produktionsrate nimmt somit folgende Gestalt an:

$$P_k = \nu_t\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \tag{3.21}$$

Die Gültigkeit dieses Modells endet dort, wo viskose Effekte gegenüber turbulenten Spannungen vorherrschen, also im wandnahen Bereich. Die gemachten Annahmen gelten vor allem für hochturbulente Strömungen mit isotroper Turbulenz. Das Modell ist somit für die Berechnung von Ablösungen oder drallbehafteten Strömungen nicht gut geeignet.

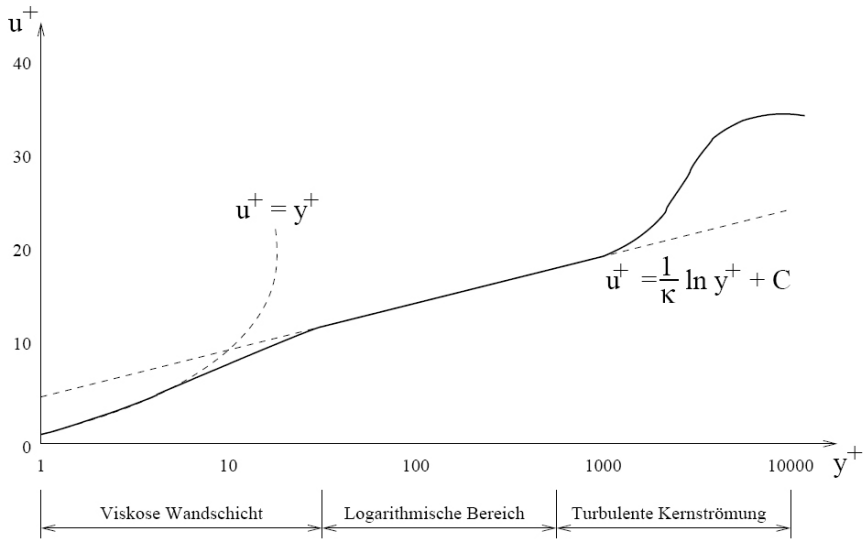


Abbildung 3.4: Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Grenzschicht, Quelle: Córdova [2007, Seite 8]

Eine besondere Beachtung, bei Verwendung des k-ϵ-Modells, erfordert die Modellierung der Strömung im wandnahen Bereich. In der sehr dünnen laminaren Schicht im Wandbereich gelten die Annahmen der Turbulenzmodelle nicht mehr. Mit steigender Reynoldszahl wird diese Schicht immer dünner. Sogenannte Wandfunktionen (englisch: wall functions) überbrücken diese laminare Schicht gewissermaßen. In einer voll ausgebildeten turbulenten Strömung gilt das logarithmische Wandgesetz, wie es in Abbildung 3.4 zu sehen ist. Der dort angegebene normierte Wandabstand y^+ und die normierte Geschwindigkeit u^+ berechnen sich wie folgt:

$$u^+ = \frac{|\vec{u}|}{u_\tau} \tag{3.22}$$

$$y^+ = \frac{\rho \cdot u_\tau \cdot y_P}{\eta} \tag{3.23}$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_\omega}{\rho}} \tag{3.24}$$

Hierbei ist ρ die Dichte des Fluids, η die dynamische Viskosität, τ_ω die Wandschubspannung und y_P der Wandabstand.

Die Grenzschicht teilt sich in zwei Bereiche, eine viskose Schicht und eine logarithmische Schicht. Arbeitet man mit Standardwandfunktionen, so findet keine Trennung der Schichten statt, der y^+ Wert des wandnächsten Gitterpunktes sollte in diesem Fall innerhalb dieser beiden Bereiche (zwischen 30 und 300) liegen. Bei einem sogenannten Low-Re-Modell wird die Grenzschicht in die oben genannten zwei Bereiche aufgeteilt. In diesem Fall sollte der y^+ Wert idealerweise eins sein, aber mindestens im viskosen Bereich liegen.

In Ansys CFX 11 kann automatisch zwischen diesen beiden Ansätzen für die Modellierung der Grenzschicht, abhängig von der Auflösung des Gitters, umgeschaltet werden. Es wird dort als Automatic Near-Wall Treatment bezeichnet, ist für alle k-ω-Turbulenzmodelle verfügbar und die empfohlene Einstellung für diese.

Das Realizable-k-ϵ-Modell

Das von Shin et al. vorgeschlagene Modell ist eine Weiterentwicklung des Standardmodells. Modifiziert wird hier die Transportgleichung der Dissipation ϵ. C_ν ist zudem nicht mehr konstant, sondern abhängig von Deformations- und Rotationsgeschwindigkeitstensor. Es verbessert das Standardmodell dahingehend, dass es nur physikalisch sinnvolle Ergebnisse liefert. Die kinetische turbulente Energie k, die Dissipationsrate ϵ und die turbulenten Normalspannungen können hier nicht mehr negativ werden. Jedoch besitzt auch dieses Modell im wandnahen Bereich keine Gültigkeit, die Problematik ist identisch mit der des k-ϵ-Modell.

Das k-ω-Modell

Bei diesem von Wilcox vorgeschlagenen Modell (vgl. Wilcox [1988]) wird anstelle der Dissipationsrate eine spezifische Dissipation ω berechnet. Die Wirbelviskosität wird damit wie folgt ausgedrückt:

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \tag{3.25}$$

Setzt man die Wirbelviskosität dieses Modells mit der des k-ϵ-Modells gleich, so ergibt sich

$$\omega = \frac{\epsilon}{\beta^* k} \tag{3.26}$$

wobei $\beta^* = C_\nu$ ist. Die Transportgleichungen für das k-ω-Modell lauten:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \sigma_k \nu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + P_k - C_\nu k\omega \tag{3.27}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + \alpha\frac{\omega}{k}P_k - \beta\omega^2 \tag{3.28}$$

Die Konstanten $\alpha = 5/9$, $C_\nu = 0,09$, $\beta = 0,075$, $\sigma_k = \sigma_\omega = 0,5$ sind wieder empirischer Natur. Die Produktionsrate berechnet sich hierbei wie schon beim k-ϵ-Modell (siehe Gleichung 3.21).

Das k-ω-Modell ist gut für die Berechnung der wandnahen Strömung geeignet, da die ω-Gleichungen bessere Vorhersagen in den Grenzschichten sowie in den Wiederanlegezonen bieten. Die Berechnung der Kernströmung leidet allerdings unter der starken Abhängigkeit von den Randbedingungen.

Das SST-Modell

Das Shear-Stress-Transport-Modell von Menter und Kuntz (vgl. Menter u. a. [2003]) vereinigt die Vorteile des k-ω-Modells in der wandnahen Strömung mit den Vorteilen des k-ϵ-Modells in der freien Strömung. Nach Einführung eines Multiplikators F_1, der die Aktivierung der beiden Modelle in Abhängigkeit vom Wandabstand reguliert, ergeben sich folgende Gleichungen

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \sigma_k \nu_t\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + \widetilde{P_k} - \beta^* k\omega \tag{3.29}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \sigma_\omega \nu_t\right)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + \alpha\frac{\omega}{k}\widetilde{P_k} - \beta\omega^2 + \left(1 - F_1\right)\frac{2\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \tag{3.30}$$

Die Blending-Funktion F_1 muss an der Wand Eins und in der freien Strömung Null sein und ist gegeben durch:

$$F_1 = \tanh\left(\Phi_1^4\right) \tag{3.31}$$

wobei gilt

$$\Phi_1 = \min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2}\right) \tag{3.32}$$

Die Variable y bezeichnet hier den Abstand zur nächsten Wand. Der Term $CD_{k\omega}$ wird als Cross-Diffusion-Term bezeichnet, er entsteht aus der Überführung der k-ϵ Gleichungen in das k-ω-Modell.

$$CD_{k\omega} = \max\left(2\rho\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10}\right) \tag{3.33}$$

Die verschiedenen Konstanten (ϕ) des Modells werden durch folgende Gleichung berechnet

$$\phi = F_1\phi_1 + \left(1 - F_1\right)\phi_2 \tag{3.34}$$

Der Funktionswert von F_1 ist Eins bis ca. 50% der Grenzschichtdicke (k-ω-Modell) und wird danach langsam Null (k-ϵ-Modell). Zusätzlich wurde die Wirbelviskosität aus Gleichung 3.25 modifiziert:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max\left(a_1\omega, |\overline{S_{ij}}|F_2\right)} \tag{3.35}$$

Hierbei ist $a_1 = 0,31$, eine Konstante die auf die Hypothese von Bradshaw zurückgeht. Die Euklidische Norm des Scherspannungstensors $|\overline{S_{ij}}|$ wird berechnet durch

$$|\overline{S_{ij}}| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}. \tag{3.36}$$

Die zweite Blending-Funktion F_2 wird berechnet durch:

$$F_2 = \tanh\left(\Phi_2^2\right), \tag{3.37}$$

wobei die Variable Φ_2 wie folgt definiert ist:

$$\Phi_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right) \tag{3.38}$$

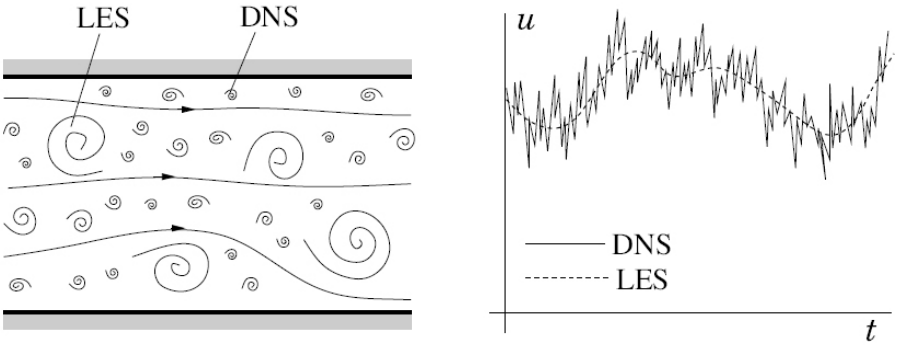
Außerdem wurde die Produktionsrate der turbulenten kinetischen Energie P_k (vgl. Gleichung 3.21) in der folgenden Weise begrenzt:

$$\widetilde{P_k} = \min\left(P_k, 10 \cdot \beta^* \rho k \omega\right). \tag{3.39}$$

Die Konstanten für dieses Modell lauten $\beta^* = 0,09$, $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_1 = 3/40$, $\sigma_{k1} = 0,85$, $\sigma_{\omega 1} = 0,5$, $\alpha_2 = 0,44$, $\beta_2 = 0,0828$, $\sigma_{k2} = 1$, $\sigma_{\omega 2} = 0,856$.

3.3.2 Grobstruktursimulation (LES)

Wie oben bereits erwähnt, enthalten turbulente Strömungen Geschwindigkeits- und Druckschwankungen über einem großen kontinuierlichen Spektrum von Längen- und Zeitskalen. In Abbildung 3.5a ist die Spanne der Wirbelgrößen schematisch gezeigt. Abbildung 3.5b zeigt einen typischen Verlauf einer Geschwindigkeitskomponente in einem festen Punkt einer turbulenten Strömung. Der Begriff Wirbel meint bei turbulenten Strömung nicht einen einzelnen in sich geschlossenen Wirbel, sondern vielmehr in sich verschachtelte Strukturen die Wirbeleigenschaften besitzen und deshalb so bezeichnet werden (englisch: *eddies*; gewöhnliche Wirbel werden *vortex* genannt).



(a) Schematische Darstellung der Fluidbewegung

(b) Zeitabhängigkeit der Geschwindigkeitsbewegung in einem Punkt

Abbildung 3.5: Vergleich von DNS und LES, Quelle: Ferziger u. Perić [2008, Seite 330]

Da die großskaligen Bewegungen im Allgemeinen viel energiereicher sind als die kleinskaligen und sie somit wesentlich mehr zum Transport beitragen, erscheint eine Simulation, die die großen Wirbel genauer behandelt als die kleinen, sinnvoll. Die Large Eddy Simulation (LES) tut genau das, sie verlangt allerdings eine zeitabhängige und dreidimensionale Behandlung der Strömung und benötigt somit viel Rechenleistung, jedoch wesentlich weniger als eine Direkte Numerische Simulation. Eine LES ist ein Kompromiss für

Strömungen, in denen die Reynoldszahl zu hoch oder die Geometrien zu kompliziert für den Einsatz von DNS sind.

Der Ansatz bei einer LES ist die Trennung in große und in kleine Skalen, sie werden mit Grobstruktur ($\overline{f}$) und Feinstruktur (f') bezeichnet.

$$f = \overline{f} + f' \tag{3.40}$$

Dies geschieht durch eine räumliche Filterung

$$\overline{f}\left(x_i, t\right) = \int\limits_{\mathrm{Vol}} G\left(x_i - x_i'\right) f\left(x_i', t\right) \mathrm{d}x_i' \tag{3.41}$$

$G\left(x_i - x_i'\right)$ ist hierbei der Filterkern. Werden die Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible Strömungen (Gleichungen 3.2 und 3.3) gefiltert, ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \tag{3.42}$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial\left(\overline{u_i}\,\overline{u_j}\right)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\,\nu\overline{S_{ij}}\right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{3.43}$$

Der gefilterte Scherspannungstensor ergibt sich zu

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right). \tag{3.44}$$

Die Kontinuitätsgleichungen werden durch die Filterung nicht verändert, da sie linear sind. Der in Gleichung 3.43 auftretende Term τ_{ij} ist definiert durch

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i}\,\overline{u_j} \tag{3.45}$$

und ergibt sich durch folgende Bedingung:

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \neq \frac{\partial \overline{u_i}\,\overline{u_j}}{\partial x_j}. \tag{3.46}$$

Sie werden als Feinstrukturspannungen bezeichnet und beschreiben die Effekte der nicht aufgelösten Skalen auf die großen Skalen. Dadurch ist das Gleichungssystem nicht geschlossen, ähnlich den RANS-Gleichungen. Um es zu schließen bedient man sich sogenannter Feinstrukturmodelle.

Das Smagorinsky-Modell

Smagorinsky stellte 1963 das erste und bis heute am häufigsten verwendete Kleinskalenmodell vor. Dieses Modell setzt die Feinstrukturspannungen τ_{ij} mit dem Scherspannungstensor S_{ij} in folgende Beziehung

$$\tau_{ij}^{\mathrm{mod}} - \frac{1}{3}\tau_{kk}^{\mathrm{mod}}\delta_{ij} = -2\nu_t\overline{S_{ij}}. \tag{3.47}$$

Die Wirbelviskosität ν_t muss anhand der lokal aufgelösten Größen berechnet werden, sie lässt sich aus dem Prandtl'schen Mischungsweg herleiten:

$$\nu_t = l^2|\overline{S_{ij}}| = l^2\sqrt{\left(2\overline{S_{ij}}\,\overline{S_{ij}}\right)} \tag{3.48}$$

Die Variable l ist hierbei das charakteristische Längenmaß der unaufgelösten Skalen und bildet sich aus Smagorinskykonstante C_S mit dem Wert 0,18 und der Filterweite Δ.

$$\nu_t = C_S^2\Delta^2|\overline{S}| \tag{3.49}$$

Eingesetzt in die gefilterte Impulserhaltung (Gleichung 3.43) ergibt sich:

$$\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial\left(\overline{u_i}\,\overline{u_j}\right)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\,\nu\overline{S_{ij}}\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\,\nu_t\overline{S_{ij}}\right) - \frac{1}{3}\frac{\partial\left(\tau_{kk}\delta_{ij}\right)}{\partial x_j}. \tag{3.50}$$

Man vereinfacht, indem man die Gleichungen der Massenerhaltung (3.42) anwendet und den Druckterm mit der Spur der Feinstrukturspannungen $\frac{1}{3}\tau_{ij}\delta_{ij}$ kombiniert.

$$\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i}\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu+\nu_t\right)\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j}\right] \tag{3.51}$$

Eine Large Eddy Simulation ist also ein Spagat zwischen Genauigkeit und Geschwindigkeit. Die großskaligen Anteile werden direkt berechnet, während die kleinskaligen Anteile modelliert werden. Die Wechselwirkungen zwischen Grobstruktur und Feinstruktur müssen mittels geeigneter Schließungsansätze beschrieben werden. Im Vergleich zu einer Direkten Numerischen Simulation ist somit die Berechnung von Strömungen mit höheren Reynoldszahlen möglich, der Rechenaufwand in technisch relevanten Anwendungen bleibt jedoch enorm. Zum Einen durch die Notwendigkeit einer sehr feinen Auflösung in Wandnähe, zum Anderen durch die unumgängliche instationäre und dreidimensionale Simulation.

3.3.3 Detached Eddy Simulation (DES)

Die Detached Eddy Simulation ist ein hybrider Ansatz, der versucht, die Vorteile einer Large Eddy Simulation mit den RANSE-Ansätzen zu kombinieren. Der Auslöser hierfür ist, dass eine LES abgelöste Strömungen zwar sehr gut abbilden kann, in der wandnahen Grenzschicht allerdings viel zu hohe Anforderungen an die Rechnerleistung stellt. Da die turbulenten Strukturen hier sehr klein sind, übersteigt die notwendige Gitterauflösung die derzeitig verfügbaren Rechner bei Weitem. Nach Spalart [2004] werden Large Eddy Simulationen für die Umströmung einer Tragfläche nicht vor dem Jahre 2045 realisierbar sein. Wohingegen RANS-Modelle die anliegenden Strömungen sehr gut, bei relativ niedrigen Anforderungen an die Rechenleistung, vorhersagen können.

Bei einer Detached Eddy Simulation wird in der anliegenden Grenzschicht ein RANSE-Ansatz verwendet, während in der freien Scherströmung, die durch Ablösung entsteht, ein LES-Ansatz eingesetzt wird. Diese Methode kann auch bei deutlich höheren Reynoldszahlen angewendet werden, da der wandnahe Bereich nicht detailliert aufgelöst werden muss.

Der Idee des DES-Modells von Strelets [2001] ist, vom SST-Modell in den LES-Modus zu schalten, wenn die turbulente Länge (L_t), die vom SST-Modell ermittelt wird, größer ist als der Gitterabstand. Menter u. Kuntz [2003] erweiterten dieses Modell, indem sie die Blending-Funktionen F_1 und F_2 einbauten. Diese verhindern, dass der LES-Modus innerhalb der Grenzschicht aktiv wird. Das könnte in den Regionen passieren, in denen die lokalen Gitterabstände kleiner sind als die Grenzschicht. Es ergeben sich dann Ablösungen, die ausschließlich durch die Feinheit des Gitters erzeugt werden. Mit anderen Worten, die Ablösung der Strömung und somit die Ausbildung der Strömung wäre abhängig vom erzeugten Gitter.

Man ersetzt in der Berechnung der turbulenten kinetischen Energie das turbulente Längenmaß durch die Gitterweite.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \sigma_k \nu_t\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + \widetilde{P_k} - \beta^* k \omega F_{DES} \tag{3.52}$$

Die Gitterweite verbirgt sich in dem Blending-Faktor F_{DES}, dieser ist definiert durch:

$$F_{DES} = \max\left(\left(1 - F_{SST}\right)\frac{L_t}{C_{DES}\Delta}\,,\,1\right) \quad , \quad \text{mit } F_{SST} = 0, F_1, F_2 \tag{3.53}$$

Wobei Δ der größte Gitterabstand eines Elementes ist.

$$\Delta = \max\left(\Delta_i\right) \tag{3.54}$$

Man wählt hier die längste Seite des Kontrollvolumens, um zu verhindern, dass LES in der Grenzschicht aktiv wird. Hier sind die Gitterabstände in Richtung der Flächennormalen sehr klein, um das logarithmische Wandgesetz korrekt abbilden zu können. In den beiden anderen Richtungen hingegen sind die Gitterabstände wesentlich größer. Die Konstante C_{DES} hat den Wert 0,61 und soll verhindern, dass der LES-Ansatz in der k-ω-Region aktiv wird.

Wählt man $F_{SST} = 0$, erhält man das DES-Modell nach Strelets. Wird eine Blending-Funktion des SST-Modells gewählt, erhält man ein zonales DES-Modell. Der Wechsel in den LES-Modus ist dann abhängig vom Wandabstand. Nach Ansys CFX [2006] sollte hier $F_{SST} = F_2$ gewählt werden, da diese Funktion ein großes Maß an Sicherheit gegenüber den vom Gitter induzierten Ablösungen bietet. In den später folgenden instationären Simulationen wurde deswegen diese Funktion ausgewählt.

Betrachtet man das Strelets-Modell ($F_{SST} = 0$), so arbeitet das Modell mit einem RANSE-Ansatz, so lange das turbulente Längenmaß L_t kleiner ist als der lokale Gitterabstand multipliziert mit der DES-Konstante ($C_{DES}\Delta$). Ist der Gitterabstand jedoch kleiner, so arbeitet es wie ein Smagorinsky-Feinstruktur-Modell.

Wenn die turbulente Produktionsrate und die Dissipation im Gleichgewicht sind, ergibt sich eine Wirbelviskosität von

$$\nu_t = \left(\beta^*\right)^{3/2}\left(C_{DES}\Delta\right)^2\sqrt{|S_{ij}|}. \tag{3.55}$$

Diese Viskosität hat sehr viel Ähnlichkeit mit der des Smagorinsky-Modells in Gleichung 3.49. Wenn das Rechengitter also fein genug ist, arbeitet dieses hybride Modell wie ein Smagorinsky-Modell.

Strelets [2001] erkannte außerdem, dass man die RANSE- und LES-Regionen numerisch unterschiedlich behandeln muss. Deswegen wird in Ansys CFX 11 in den RANSE-Bereichen ein Upwind Differencing Scheme erster Ordnung eingesetzt, wohingegen in den LES-Bereichen mit einem Zentraldifferenzenverfahren zweiter Ordnung interpoliert wird. Ursache hierfür ist, dass Verfahren erster Ordnung für eine LES Aufgrund ihrer numerischen Diffusion nicht verwendet werden können.

3.4 Diskretisierung

Um ein Strömungsproblem numerisch lösen zu können, bedarf es mehrerer Diskretisierungen. Zunächst werden die oben genannten Differentialgleichungen in eine Form überführt, in welcher die Ableitungen durch Differenzen approximiert werden. Dies geschieht vor allem mit Hilfe des Finite-Differenzen-Verfahrens, des Finite-Elemente-Verfahrens oder des Finiten-Volumen-Verfahrens. In allen Verfahren wird das Gebiet durch regelmäßig oder unregelmäßig angeordnete Knoten dargestellt, das sogenannte Rechengitter. Sofern es sich um eine zeitabhängige (instationäre) Simulation handelt, muss zusätzlich die zu simulierende Zeit in diskrete Zeitschritte aufgeteilt werden.

3.4.1 Das Finite-Volumen-Verfahren

Die für die vorliegende Arbeit verwendete Software, Ansys CFX 11, arbeitet mit dem Finiten-Volumen-Verfahren. Hierbei wird das zu untersuchende Gebiet in endlich viele Kontrollvolumina aufgeteilt, in denen die Erhaltungsgleichungen in integraler Form gelöst werden. Das Finite-Volumen-Verfahren ist in der numerischen Strömungsmechanik weit verbreitet, da es die Erhaltungseigenschaften der kontinuierlichen Gleichungen auch im Diskreten aufweist.

Das Finite-Volumen-Verfahren kann sowohl bei strukturierten als auch bei unstrukturierten Rechengittern verwendet werden. Bei strukturierten Verfahren beschränkt sich die Geometrie auf dreidimensionale Hexaeder, bei unstrukturierten Verfahren können die Teilvolumina beliebige Formen annehmen, z.B. Tetraeder oder Prismen. Die Vorteile der unstrukturierten Aufteilung sind die völlige Flexibilität und Automatisierungsmöglichkeit der Gittergenerierung. Die Vielzahl an Formen ermöglicht eine gute Approximation der vorgegebenen Geometrie des zu untersuchenden Gebietes.

Da die Methode heute weitgehend standardisiert ist, soll sie hier nur in groben Zügen vorgestellt werden. Die Erhaltungsgleichungen werden an jedem Volumenelement des Rechengitters in integraler Form diskretisiert formuliert, und die integralen Bilanzgleichungen der Kontrollvolumina zueinander bilden den Ausgangspunkt weiterer Diskretisierungen. Die in den Bilanzgleichungen auftretenden Oberflächenintegrale beschreiben die konvektiven und diffusen Flüsse in die sowie aus den Kontrollvolumina, während die Volumenintegrale die Quellen und Senken darstellen. Das Oberflächenintegral einer Kontrollvolumenseite wird dabei durch geeignete Mittelwerte, z.B. aus den begrenzenden Knoten der Kontrollvolumenseite, ermittelt. Diese werden dann in Beziehung zu den unbekannten Funktionswerten im Mittelpunkt des Kontrollvolumens gesetzt. Die hierbei am häufigsten verwendeten Mittelungsverfahren sind das Zentraldifferenzenverfahren und das Upwind-Verfahren. Die Volumenintegrale werden durch Integrationsformeln wie z.B. die Mittelpunktsregel approximiert. Zuletzt folgt die Berücksichtigung und Diskretisierung

der Randbedingungen. Durch Aufsummieren aller Flussapproximationen und Quellterme für ein Kontrollvolumen erhält man eine algebraische Gleichung, die den Variablenwert im Zentrum des Kontrollvolumens in Beziehung zu den Werten benachbarter Kontrollvolumina setzt. Nach Aufstellung aller Bilanzgleichungen für alle Kontrollvolumina entsteht ein Gleichungssystem, das iterativ gelöst wird.

3.4.2 Zeitdiskretisierung

In der zeitabhängigen Formulierung der NAVIER-STOKES-Gleichungen gibt es eine zusätzliche Variable t. Das führt zu einem Satz von partiellen Differentialgleichungen für jeden Zeitschritt, wobei die Unbekannten des aktuellen Zeitschrittes von den Werten eines oder mehrerer vorheriger Zeitschritte abhängen, was zu einer wesentlich höheren Rechenzeit führt. Man unterscheidet in explizite und implizite Verfahren.

Bei einem expliziten Verfahren werden die Variablenwerte des nächsten Zeitschrittes aus den vergangenen Zeitschritten ermittelt.

$$\phi\left(t_{n+1}\right) = f\left(\phi\left(t_n\right), \phi\left(t_{n-1}\right), \phi\left(t_{n-2}\right), \ldots\right) \tag{3.56}$$

Die Größe der Zeitschrittweite Δt kann aus Stabilitätsgründen nicht beliebig gewählt werden. Man bestimmt eine geeignete Zeitschrittweite mit Hilfe der COURANT-Zahl

$$C = u \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x}. \tag{3.57}$$

Sie soll den Wert Eins nicht überschreiten, d.h. das pro Zeitschritt Δt die Verteilung einer Variablen mit der Geschwindigkeit u nur maximal eine Gitterzelle Δx weiter transportiert werden darf.

Bei impliziten Verfahren gibt es zwar keine Einschränkung bei der Wahl der Zeitschrittweite, jedoch wirken sich zu große Zeitschritte direkt auf die Genauigkeit der Berechnung aus. Ein implizites Verfahren definiert sich wie folgt:

$$\phi\left(t_{n+1}\right) = f\left(\phi\left(t_{n+1}\right), \left(t_n\right), \left(t_{n-1}\right), \ldots\right) \tag{3.58}$$

Da bei einem impliziten Verfahren der aktuelle Zeitschritt auf beiden Seiten der Gleichung auftaucht, erhöht sich der Speicherbedarf. Es ist trotzdem meistens vorzuziehen, da selten eine allgemeine COURANT-Zahl kleiner als Eins für das gesamte Rechengitter garantiert werden kann. Es gibt implizite Verfahren erster und zweiter Ordnung. In ANSYS CFX 11 sind Verfahren beider Ordnungen nach EULER implementiert.

3.5 Fehler bei numerischen Simulationen

Es gibt grundsätzlich zwei Arten von Fehlern, die bei einer numerischen Simulation auftreten.

Zum einen die Modellierungsfehler, die sich z.B. durch die geometrische Approximation einer Spinnakeroberfläche durch Dreieckselemente ergeben. Dazu zählen aber auch die Wahl der Randbedingungen, des Turbulenzmodells und der Stoffwerte.

Zum Anderen der Numerikfehler, der sich wiederum in Diskretisierungs- und Lösungsfehler aufteilen lässt. Der Diskretisierungsfehler entspricht dem Unterschied zwischen exakter Lösung der Differentialgleichungen und der Lösung des diskreten Gleichungssystems.

Durch eine Gitterverfeinerungsstudie kann man den Fehler analysieren und versuchen zu minimieren. Bedingt durch den steigenden Rechenaufwand, kann das Gitter jedoch nicht beliebig verfeinert werden.

Der Lösungsfehler entsteht durch die iterative Berechnung und den damit verbundenen Rundungsfehlern und der entstehenden Näherungslösung, die stark durch die gewählten Konvergenzkriterien bestimmt wird.

3.5.1 Konvergenzkriterium

Ob und wie schnell die iterative Lösung der Gleichungssysteme in Richtung einer Näherungslösung konvergiert ist, lässt sich durch die Residuen ausdrücken. Ziel ist es, die nach dem Finite-Volumen-Verfahren aufgestellten Gleichungssysteme der Art

$$A\phi = b \tag{3.59}$$

näherungsweise zu lösen. Hierbei ist A die Koeffizientenmatrix, ϕ der Lösungsvektor und b die rechte Seite des Gleichungssystems. Ein iterativer Löser versucht ausgehend von einer approximierten Lösung ϕ^n mit Hilfe einer Korrektur ϕ' eine bessere Lösung ϕ^{n+1} zu berechnen.

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \phi' \tag{3.60}$$

Das Residuum ist definiert als Differenz zwischen der rechten und der linken Seite dieses Gleichungssystems:

$$r^n = b - A\phi^n \tag{3.61}$$

und wird zur Bestimmung eines Korrekturvektors folgendermaßen eingesetzt:

$$A\phi' = r^n \tag{3.62}$$

Strebt das Residuum also gegen Null, so ändert sich der Lösungsvektor in den Iterationen nur noch wenig. Das Gleichungssystem ist dann gegen eine Näherungslösung konvergiert.

Kapitel 4

Simulation

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der optimalen Gestaltung eines Rechengitters für eine Detached Eddy Simulation und die Durchführung der numerischen Simulationen. Die Anforderungen an das Gitter sind hier wesentlich höher als bei einer Simulation mit einem Reynolds-averaged-Navier-Stokes-Equations-Ansatz. Deswegen werden für die Gittergenerierung verschiedene Ansätze erläutert und die entstehenden Rechengitter hinsichtlich ihrer Effektivität für eine Detached Eddy Simulation einer abgelösten Strömung an einem Spinnakers untersucht. Abschließend wird einer der acht Spinnaker der Modellreihe, die in Abschnitt 2.2 vorgestellt wurde, unter verschiedenen Windeinfallswinkeln berechnet.

4.1 Gittergenerierung

Wie in Abschnitt 3.4.1 bereits erwähnt, muss der zu untersuchende Bereich, für die numerische Simulation in endlich viele Kontrollvolumina aufgeteilt werden. Hierfür steht im Programmpaket Ansys CFX 11 das Modul Ansys ICEM CFD zur Verfügung.

In Abbildung 4.2a ist ein Spinnaker im Messbereich des in Abschnitt 2.2 beschriebenen Windkanals zu sehen. Die Strömung verläuft in Richtung der X-Achse. Der Lufteinlass befindet sich auf der linken Seite, der Austritt auf der rechten Seite. Die Wände des Windkanals wurden als reibungsfrei modelliert, da deren Einflüsse auf die Strömung im Bereich des Spinnakers ausgeschlossen werden können. Alle Abmaße des Windkanals entsprechen denen, die bei der experimentellen Ermittlung der Kraftkoeffizienten angegeben wurden. Die Abmaße des zu untersuchenden Bereichs wurden eins zu eins in das Rechenmodell übernommen, um die Ergebnisse mit früheren RANS-Simulationen (vgl. Lasher u. Sonnenmeier [2008]) vergleichen zu können, in denen ebenfalls lediglich der Messbereich modelliert wurde. Die Spinnakermodelle lagen im IGES-Format vor und konnten direkt importiert werden, sie wurden nach dem Import reapproximiert, um Löcher in der Oberfläche zu eliminieren.

Ansys ICEM CFD bietet drei unterschiedliche Ansätze zur Generierung von Rechengittern. Zum Einen ein vollständig strukturiertes Gitter, in dem alle Kontrollvolumina die Form von Hexaedern besitzen. Zum Anderen die unstrukturierte Vernetzung, bei der die Kontrollvolumina die Formen von Tetraedern, Prismen oder Pyramiden besitzen können. Die dritte Variante ist eine Kombination aus beidem. In Bereichen, in denen die Geometrie einfach ist, kann auf Hexaeder zurückgegriffen werden, z.B. an geraden Wänden. Ist die Geometrie zu komplex, so können einzelne Bereiche unstrukturiert vernetzt werden.

Die Mischung der beiden Turbulenzmodellierungsansätze von LES und RANSE ist nicht trivial. Zum Einen muss das Netz in den Regionen, in denen der LES-Ansatz angewendet

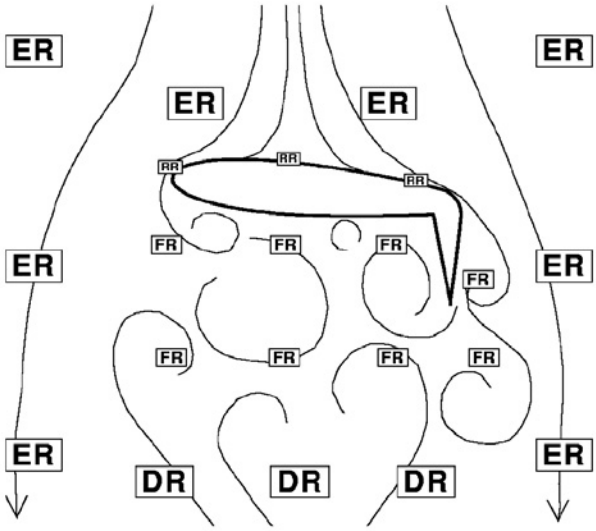


Abbildung 4.1: Prinzipskizze der Strömungsbereiche eines Profils eines Rotors im Schwebeflug, Quelle: Spalart [2001]

werden soll, fein genug sein, um nicht in den RANSE-Modus zurückzufallen. Zur Erinnerung, bei einer DES wird der LES-Ansatz in allen Kontrollvolumina genutzt, in denen das turbulente Längenmaß größer ist als die maximale Ausdehnung des Kontrollvolumens (vlg. Abschnitt 3.3.3). Auf der anderen Seite versucht man den rechnerischen (ohnehin schon großen Aufwand) so gering wie möglich zu halten, also die Kontrollvolumina so klein wie gerade nötig zu gestalten. Die Schwierigkeit liegt darin, im Vorhinein zu wissen, in welchen Regionen die Strömung von der turbulenten, mit einem LES-Ansatz berechneten, Region in die sogenannte Euler Region, die nie turbulente Strukturen ausbilden wird, wechselt. Bei den Euler Regionen handelt es sich meist um die Bereiche vor dem und weit neben dem umströmten Objekt, in der Abbildung 4.1 sind sie als ER gekennzeichnet. Da in diesen Bereichen keine Turbulenz entsteht, wird hier mit dem RANSE-Ansatz simuliert. Die Bereiche, die mit FR (Focus Region) und DR (Departure Region) gekennzeichnet sind, sollen mit dem LES-Ansatz berechnet werden. Besondere Beachtung gilt wieder der Grenzschicht direkt am umströmten Objekt, in der Abbildung 4.1 mit RR (RANS Region) gekennzeichnet. Sie muss wie bei einer Simulation mit einem RANSE-Ansatz vernetzt werden.

Die Entstehung und Vernichtung von Turbulenzen hängt also im Wesentlichen von der Erzeugung des Gitters ab. Wird es hinter dem umströmten Körper zu schnell zu grob, so werden Wirbel an ihrer Entstehung gehindert. Wächst die Gitterweite jedoch mit zunehmendem Abstand zum umströmten Körper zu langsam an, wird unnötig Rechenzeit beansprucht.

4.1.1 Auflösung der Grenzschicht

Damit die Turbulenzmodelle richtig arbeiten können, ist es wichtig, die Gitterabstände in der Grenzschicht in der Wandnormalenrichtung korrekt zu wählen. Die folgende Be-

rechnung geht auf die „Guidelines for Mesh Generation“ aus dem Manual von Ansys CFX [2006] zurück. Das dem verwendeten DES-Ansatz zugrundeliegende SST-Modell gehört zu den Low-Re-Modellen und benötigt einen Gitterpunkt in einem Abstand von $\Delta y^+ \leq 2$ (siehe Gleichung 3.23). Man kann den maximalen Abstand des ersten Gitterpunktes an einer Wand in Normalenrichtung (Δy) mit folgender Formel ermitteln:

$$\Delta y = L \cdot \Delta y^+ \cdot \sqrt{80} \cdot Re^{-13/14}, \tag{4.1}$$

wobei L die charakteristische Länge ist, die zur Bestimmung der Reynoldszahl dient (vgl. Gleichung 2.4). Wie bereits im Abschnitt 2.2.2 erwähnt, berechnet sich die charakteristische Länge dieses Versuchs aus der Quadratwurzel der Segelfläche $L = 0,14$ m, die Reynoldszahl besitzt den Wert 235.000. Damit ergibt sich ein minimaler Abstand des ersten Knotens von $2,6 \cdot 10^{-5}$m in Richtung der Flächennormalen. Dieser Wert wurde in allen erzeugten Netzen eingehalten. Die Gitterabstände wachsen ausgehend vom Segel in zehn Schichten mit einem Verhältnis von 1,25 an.

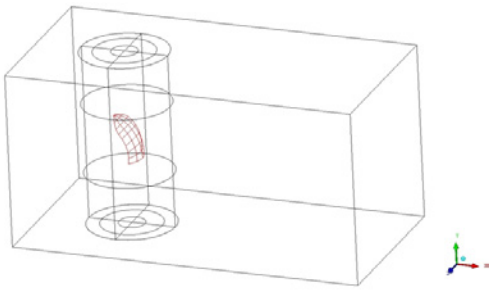
4.1.2 Strukturierte Gitter

Da ein tetragonales Gitter eine größere Anzahl an Kontrollvolumina benötigt als ein hexagonales, bietet sich die Verwendung eines strukturiertes Netzes mit Hexaedern an. Die Rechenzeit, gerade bei instationären Berechnungen, lässt sich dadurch erheblich verringern. Die Spinnakermodelle wurden mit Windeinfallswinkeln in der Spanne von 90° bis 35° in 5°-Schritten vermessen. Ein hexagonales Gitter kann diese Anforderungen nicht erfüllen, es wäre für jeden Einfallswinkel eine neue aufwändige Gittergenerierung notwendig. Um dieses Problem zu lösen, wurde ein Zylinder vertikal um den Spinnaker erzeugt (Abb. 4.2a).

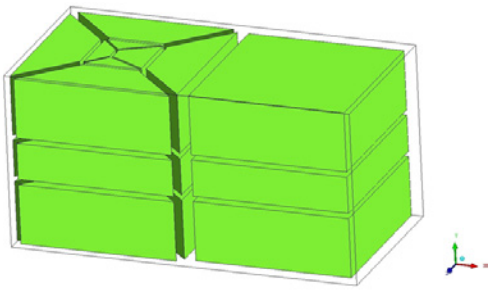
Bei einem strukturiertem Gitter werden sogenannte Blöcke erzeugt, wie sie in Abbildung 4.2b zu sehen sind. Die Seitenflächen der Blöcke werden dabei den Oberflächen der vorgegebenen Geometrien zugewiesen, im vorliegenden Fall den Windtunnelwänden, den Zylinderoberflächen und dem Spinnaker. Den Kanten dieser Blöcke werden dann Gitterweiten zugewiesen. Man sieht in der Abbildung 4.2e, dass der mittlere Block sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung wesentlich kleinere Gitterweiten aufweist.

Dieser Zylinder mit Spinnaker und Kontrollvolumina muss dann in Schritten von fünf Grad drehbar sein, ohne das man das restliche Gitter verändern muss. Daraus ergibt sich, dass die Deckflächen des Zylinders in ein Vielfaches von 72 Abschnitten geteilt werden müssen. An den Zylinder schließen sich vier Blöcke an, deren Kanten jeweils in mindestens 18 Abschnitte eingeteilt werden müssen. Diese maximalen Gitterabstände wurden in dem Gitter, welches in den Abbildungen 4.2 zu sehen ist, realisiert.

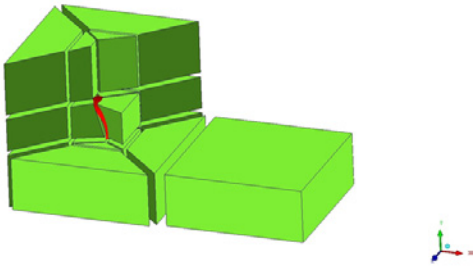
Das Problem bei einer derartigen strukturierten Vernetzung ist, dass sich diese Verfeinerungen immer auf das gesamte Netz ausweiten. Man erhält z.B. über und unter dem Spinnaker sehr feine Zellen, die aus der notwendigen Verfeinerung in Wandnähe resultieren und sich negativ auf die Berechnung auswirken. Zum Einen sind ihre Seitenverhältnisse unangenehm hoch und zum Anderen erhält man viele feine Zellen in Bereichen, in denen es gar nicht notwendig wäre. Die Rechenzeiten steigen also erheblich, ohne das eine Verbesserung des Ergebnisses erzielt wird. Gerade im Bereich hinter dem Spinnaker, weiter stromabwärts, ergeben sich sehr langgezogene Zellen. Das umschalten in den LES-Modus



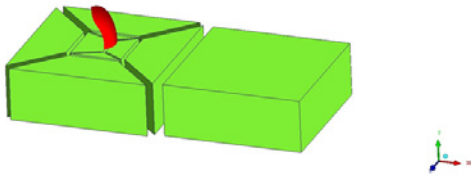
(a) Spinnaker im Zylinder



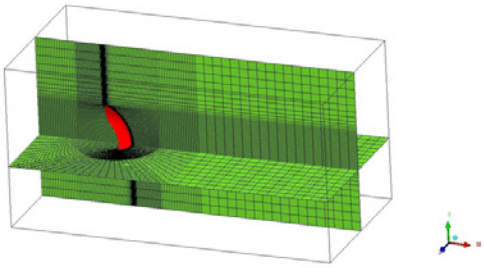
(b) Blöcke des strukturierten Gitters



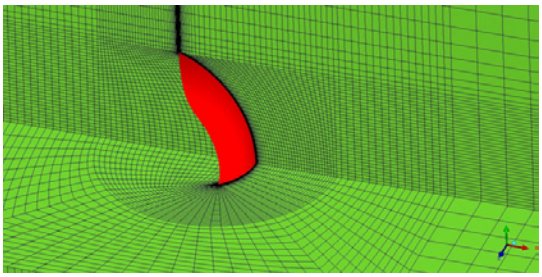
(c) ausgewählte Blöcke des strukturierten Gitters



(d) ausgewählte Blöcke des strukturierten Gitters

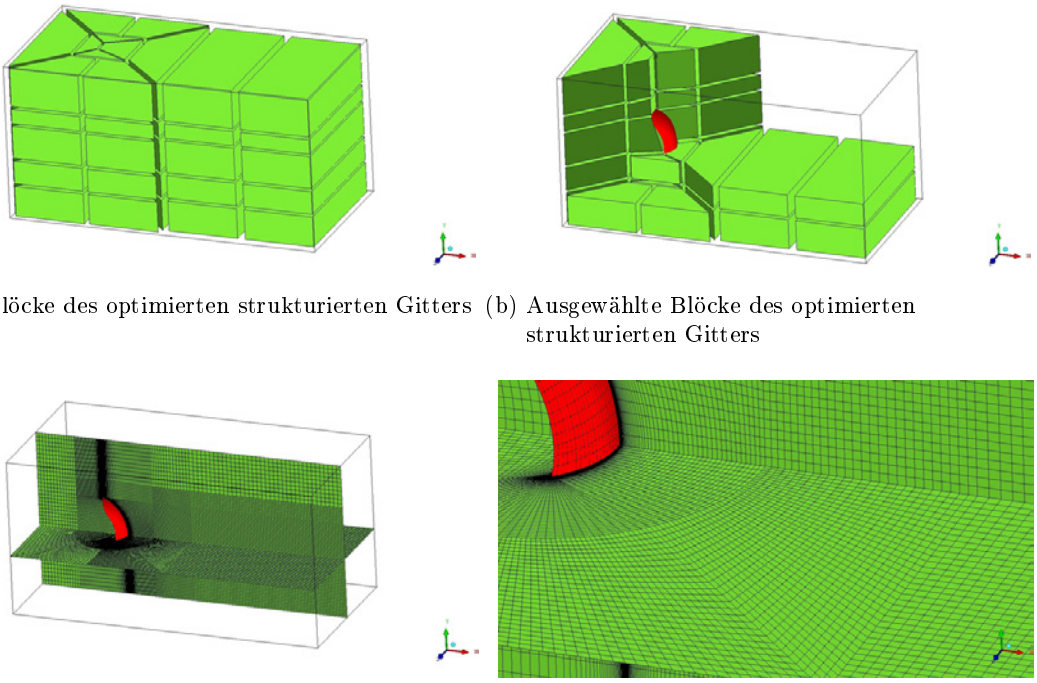


(e) Schnitt durch das Gitter



(f) Detailansicht des Gitters

Abbildung 4.2: Spinnaker in einem strukturierten Gitter



(a) Blöcke des optimierten strukturierten Gitters

(b) Ausgewählte Blöcke des optimierten strukturierten Gitters

(c) Schnitt durch das optimierte Gitter

(d) Detailansicht des optimierten Gitters

Abbildung 4.3: Spinnaker im optimierten strukturierten Gitter

würde somit nicht stattfinden, da sich die Blending-Funktion immer an der längsten Kante einer Zelle orientiert.

Der Ansatz benötigt noch allerhand Verfeinerung. Die Anforderungen waren die oben genannte Drehbarkeit des Zylinders, möglichst Zellen mit gleichen Kantenlängen in allen drei Raumrichtungen und Verfeinerungen nur in den Bereichen, in denen es auch notwendig ist. Die Blöcke wurden weiter aufgeteilt, es ergeben sich jetzt in vertikaler Richtung fünf Schichten, um die notwendige Verfeinerung im LES-Bereich zu gewährleisten. Die seitlich am Zylinder anliegenden Blöcke wurden nochmals geteilt, um sie stromabwärts weiter zu verfeinern. Es ist nicht damit zu rechnen, dass sich vorher in diesem Bereich Turbulenzen entwickeln, eine Verfeinerung in die andere Richtung ist somit überflüssig. In ersten Testsimulationen war zu erkennen, dass sich der turbulente Bereich hinter dem Spinnaker bis fast an die untere Begrenzung des Windkanals erstreckt. Deswegen wurden auch dort die Gitterabstände weiter verfeinert. Die Konfiguration in Abbildung 4.3 erzeugt ca. eine Million Gitterzellen.

Am Übergang zwischen Zylinder und anschließenden Blöcken ergibt sich ein großes Problem, welches man in Abbildung 4.3d gut erkennen kann. Man sieht einen Sprung in der Verfeinerung, der sich nur beheben ließe, wenn man den Block innerhalb des Zylinders in gleicher Weise verfeinern würde. Durch die feine Auflösung der Grenzschicht am Spinnaker ergeben sich dann aber ca. 1,5 Millionen Gitterzellen. Dieser große Zuwachs entstünde, da diese Verfeinerung auf alle Blöcke im Zylinder wirken würde.

Würde man die Blöcke, die sich an den Zylinder in horizontaler Richtung anschließen, nicht in der Art verfeinern wie es in den Abbildungen zu sehen ist, so ergäben sich in der

LES-Region weiter stromabwärts Gitterzellen, die wesentlich zu groß wären.

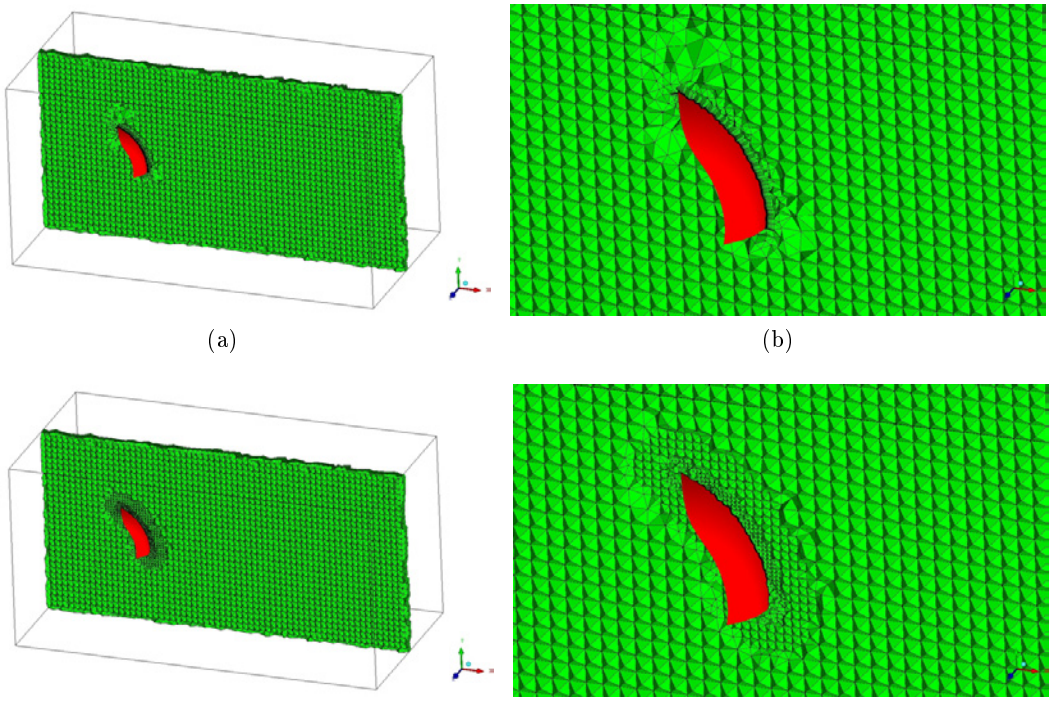
Die Komplexität dieser Vernetzung ist enorm, der Zeitaufwand dafür beträchtlich und, wie später noch gezeigt wird, die Ergebnisse der Simulation nicht zufriedenstellend. Das Gitter, wie es in den Abbildungen 4.3 zu sehen ist, ist das Ergebnis vieler unterschiedlicher Ansätze. Unabhängig davon stellt sich die Frage, ob ein einfacher geometrischer Körper wie ein Hexaeder für diese Aufgabe überhaupt geeignet ist. Die stark dreidimensionale Form des Spinnakers (durch Rundungen und Bauchigkeit) kann von einem strukturierten Gitter nur schlecht approximiert werden. Schon die Form des Spinnakers gleicht der Seitenfläche eines Blockes nur wenig. Bei der Anpassung der rechteckigen Fläche eines Blockes auf die Segelfläche des Spinnakers ergeben sich somit Verzerrungen, die sich negativ auf die Qualität vieler Zellen auswirken.

4.1.3 Unstrukturierte Gitter

Ein unstrukturiertes Gitter ist wesentlich einfacher zu erzeugen. Es werden die gewünschten Elementgrößen auf den Oberflächen und das maximale Volumen der Tetraeder im Raum festgelegt. Zusätzlich muss für den Spinnaker noch die Auflösung der Grenzschicht festgelegt werden. Ansys ICEM CFD erzeugt dann zunächst ein tetragonales Netz für den gesamten Windkanal. Danach werden auf der Spinnakeroberfläche Prismen extrudiert, um die Gitterabstände für das logarithmische Wandgesetz abbilden zu können. Hierbei entstehen Prismen direkt auf der Oberfläche und Pyramiden am Übergang zwischen Prismen und Tetraedern.

Es gibt dabei zwei unterschiedliche Ansätze den Raum mit Tetraedern zu füllen. Die mit Octree bezeichnete Methode füllt zunächst den gesamten Raum mit gleichgroßen Tetraedern, danach versucht der Algorithmus die Oberflächen, die sich im Raum befinden, möglichst gut zu approximieren. Ein Beispiel ist in den Abbildungen 4.4a und 4.4b zu sehen. Man sieht auch, dass es zu unschönen langgezogenen Tetraedern an den Seiten des Spinnakers kommt. Um das zu verhindern, kann das Wachstum der Elemente, in Abhängigkeit des Wandabstandes, eingeschränkt werden. Das Volumen der Tetraeder vergrößert sich in den Abbildungen 4.4c und 4.4d immer erst nach zehn Tetraederschichten, ausgehend von der Spinnakeroberfläche. Auf den ersten Blick sehen diese Netz schon wesentlich besser aus, bei scharfer Betrachtung zeigen sich aber wieder langgezogene und somit numerisch ungünstige Volumina. Die Octree Mesh Method scheint für diesen Fall, mit freistehenden Oberflächen, nicht geeignet.

Die zweite Vernetzungsmethode nennt sich Delaunay. Sie verfolgt einen anderen Ansatz. Zunächst wird das Netz auf allen Oberflächen erzeugt. Ausgehend von diesem Oberflächennetz versucht der Algorithmus den Raum mit möglichst gleichgroßen Tetraedern zu füllen. Die Abbildungen 4.5 zeigen das Ergebnis dieser Vernetzungsmethode. Es zeigt sich, dass die Tetraeder auch in der Nähe der Grenzschicht ein gutes Seitenverhältnis besitzen. Die Methode scheint für diese Anwendung also wesentlich besser geeignet. Wie bereits weiter oben erwähnt, werden die Größen der Elemente auf den Oberflächen und eine maximales Volumen der Tetraeder vorgegeben. Zusätzlich kann noch ein Wachstum der Volumina in Abhängigkeit der Entfernung von Oberflächen angegeben werden. Wie man in Abbildung 4.5a erkennen kann, wachsen die Volumina relativ schnell auf die maximale Größe an. Das ist durchaus so gewollt, um Elemente und somit Rechenzeit einzusparen. Für eine Large Eddy Simulation sind die Elemente stromabwärts aber wesentlich zu



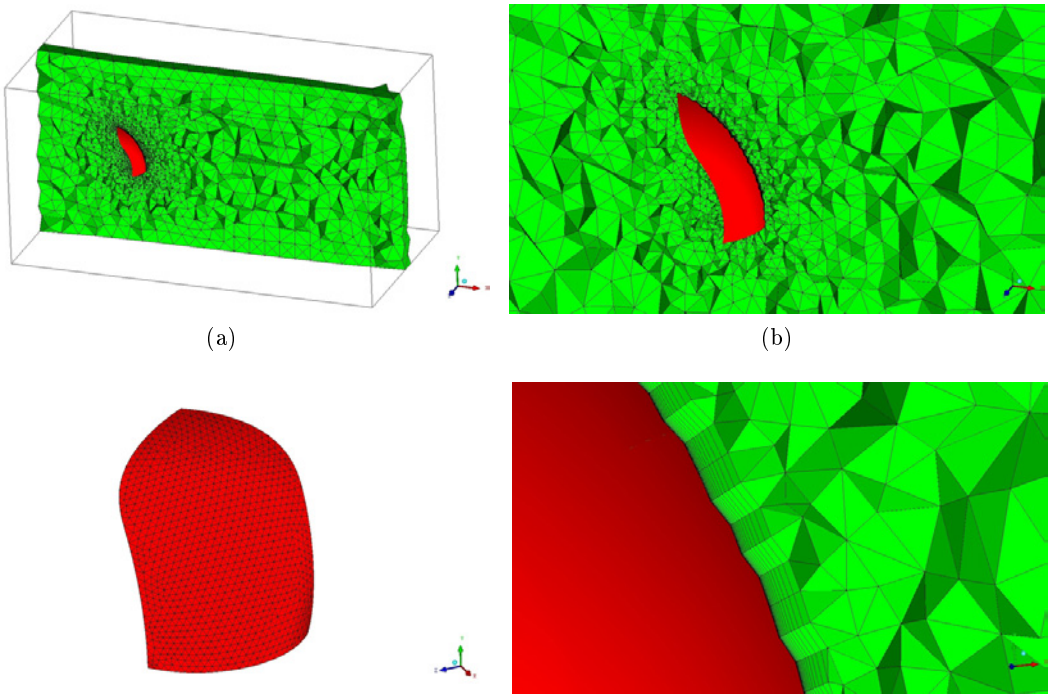
(a) (b)

(c) (d)

Abbildung 4.4: Spinnaker im unstrukturierten Gitter, Octree Mesh Method

groß. Durch eine Begrenzung des Wachstums, in Abhängigkeit vom Abstand zur Spinnakeroberfläche, würden die Elemente allerdings in alle Raumrichtungen unnötig klein gehalten. Der Bereich vor und neben dem Spinnaker wird, wie weiter oben schon erklärt, nie Turbulenzen erfahren. Eine feines Gitter, wie es für eine LES benötigt wird, ist dort demnach überflüssig. Um dieses Problem zu lösen, können rechteckige Bereiche festgelegt werden, in denen für die Elementvolumina ein maximaler Wert vorgeben werden kann. Die Abbildungen 4.6 zeigen neben dem unverfeinerten Netz drei Varianten der Verfeinerung. In Tabelle 4.1 sind die Parameter, die für die Netzgenerierung verwendet wurden, aufgelistet.

Version 1 (Abbildung 4.6b) besitzt nur einen Verfeinerungsbereich. Die Kontrollvolumina sind dadurch, wie später noch gezeigt wird, zu groß für eine ausreichende Auflösung der Turbulenzen hinter dem Spinnaker. Wählt man in diesem großen Verfeinerungsbereich kleinere maximale Volumina, so ergeben sich wesentlich mehr Elemente. Außerdem ist das im Bereich am Ende des Windkanals auch gar nicht notwendig. Die turbulenten Strukturen sind hier schon wesentlich größer, als direkt hinter dem Spinnaker. Es sind also weitere Abstufungen notwendig, um das Mittelmaß zwischen minimaler Anzahl an Elementen und maximaler Größe der Kontrollvolumina zu erreichen. Mit zwei Abstufungen (Abbildung 4.6c) und kleinerer maximaler Volumengröße erfüllt man zwar die Bedingung für eine LES, es ergeben sich aber immer noch zu viele Elemente. Es wurde daher ein weiterer Bereich hinzugefügt (Abbildung 4.6d), die maximalen Volumina steigen dabei stromabwärts in drei Schritten an. Wie später noch gezeigt wird, erfüllt diese Konfiguration den Spagat



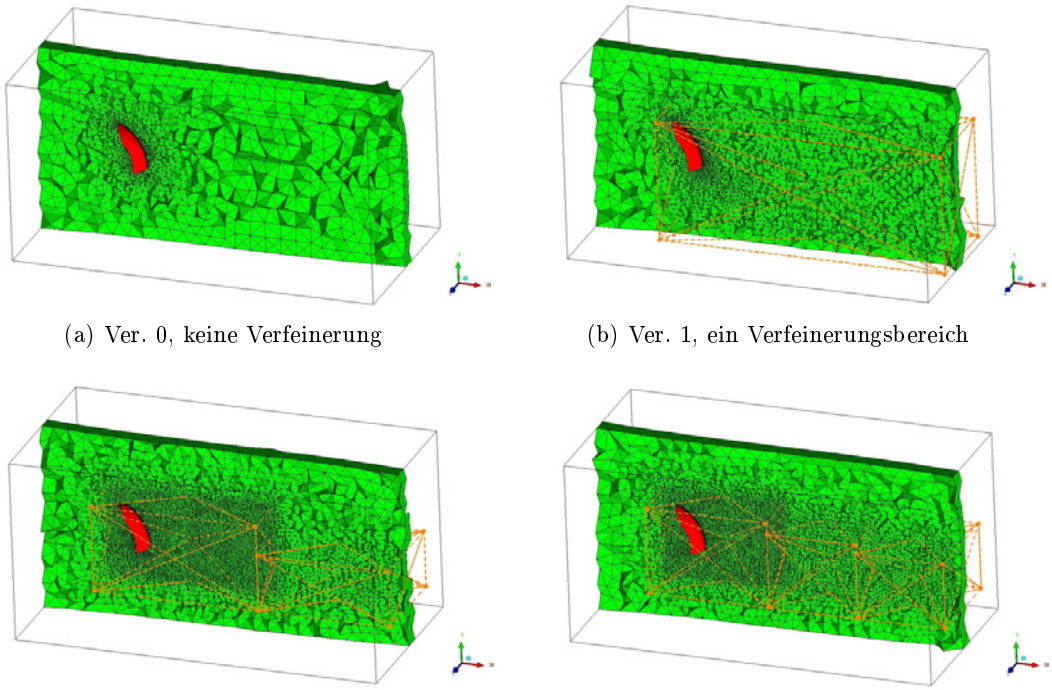
(a) (b)

(c) Vernetzung auf der Spinnakeroberfläche (d) Extrudierte Prismen in der Grenzschicht

Abbildung 4.5: Spinnaker im unstrukturierten Gitter, DELAUNAY MESH METHOD

Ver.	Elementgröße auf der Spinnaker-oberfläche	max. Element-volumen	Verfeinerungen mit max. Elementvolumen	Anz. Elemente
0	0,004 m^2	0,05 m^3	keine	338.000
1	0,004 m^2	0,05 m^3	0,02 m^3	426.000
2	0,005 m^2	0,05 m^3	0,008 m^3 0,0165 m^3	1.740.000
3	0,005 m^2	0,05 m^3	0,008 m^3 0,010 m^3 0,012 m^3	1.511.000

Tabelle 4.1: Vernetzungsparameter der unstrukturierten tetragonalen Rechengitter



(a) Ver. 0, keine Verfeinerung

(b) Ver. 1, ein Verfeinerungsbereich

(c) Ver. 2, zwei Verfeinerungsbereiche

(d) Ver. 3, drei Verfeinerungsbereiche

Abbildung 4.6: Unstrukturiertes Gitter mit Verfeinerungen, DELAUNAY MESH METHOD

zwischen minimaler Anzahl an Elementen und maximaler Größe der Kontrollvolumina.

4.1.4 Kombination von strukturierten und unstrukturierten Gittern

Es scheint zunächst sehr plausibel, die Vorzüge beider Gitterarten zu kombinieren. Man kann einzelnen Blöcken, wie sie in Abschnitt 4.1.2 erklärt wurden, Vernetzungsmethoden zuweisen. Eine weitere Idee war, den oben genannten Zylinder mit dem darin befindlichen Spinnaker durchgängig mit Tetraedern zu vernetzen, während die restlichen Blöcke mit einem strukturiertem hexagonalen Netz gefüllt werden. Ein wesentlicher Nachteil ist, dass im interessanten Bereich stromabwärts ein Sprung in der Netzstruktur entsteht. Außerdem wäre das in Abschnitt 4.1.2 bereits erwähnte Problem der sich an den Zylinder anschließenden Blöcke und deren Aufweitung weiter vorhanden. Die geometrische Problematik bleibt erhalten. Auch hier wirkt sich die Einteilung des Zylinders in mindestens 72 Abschnitte auf den gesamten Windkanal aus. Die Blöcke, die sich stromabwärts an den Zylinder anschließen, wachsen in ihrer Ausdehnung in Richtung der Z-Achse zu schnell an. Hieraus ergeben sich hexagonale Elemente, die zu groß für die Aktivierung des LES-Ansatzes sind. Wählt man eine feinere Einteilung, so werden die Elemente im Inneren des Zylinders zu klein. Vor allem werden die Elemente vor und neben dem Zylinder, in den Bereichen des RANSE-Ansatzes, viel zu klein und erzeugen unnötigen Rechenaufwand.

4.2 Analyse der Rechengitter

Neben den rein geometrischen Aspekten müssen die Rechengitter natürlich auch auf ihre numerische Stabilität hin untersucht werden. Es wurden mit allen oben genannten Gittern Testsimulationen durchgeführt. Der Spinnaker wurde hierbei immer mit einem Windeinfallswinkel von 90° simuliert. Alle physikalischen Größen wie Windgeschwindigkeit am Einlass, Luftdruck, Luftdichte, dynamische Viskosität usw. haben die gleichen Werte wie bei der experimentellen Bestimmung der Kraftkoeffizienten (siehe Abschnitt 2.2).

Aus dem Manual von Ansys CFX [2006] geht hervor, dass es sinnvoll ist, eine instationäre Detached Eddy Simulation mit den Ergebnissen einer stationären Simulation starten zu lassen. Um die stationären Ergebnisse auch mit den instationären vergleichen zu können, ist es notwendig, in beiden Simulationen das gleiche Turbulenzmodell zu verwenden. Da in Ansys CFX 11 das SST-Modell für die RANSE-Berechnung in der Detached Eddy Simulation eingesetzt wird, wurde dieses auch bei der stationären Simulation benutzt.

4.2.1 Stationäre Simulationen

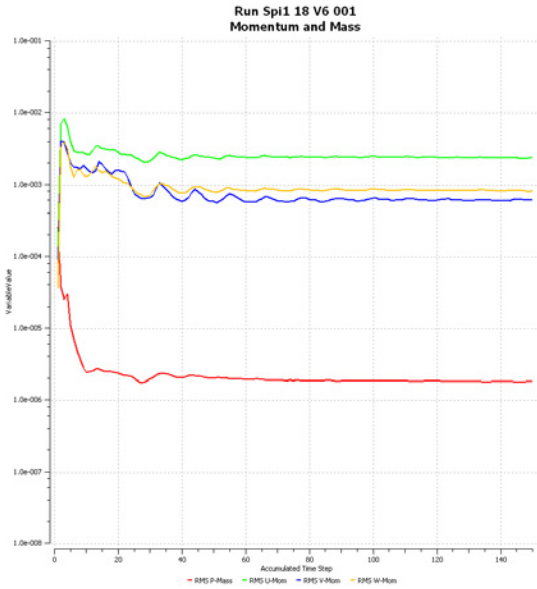
Es wurden nun Testsimulationen mit einer maximalen Anzahl von 150 Iterationsschritten durchgeführt. Die Residuen jedes Kontrollvolumens werden in Ansys CFX 11 quadratisch gemittelt. Eine Darstellung der Residuen von Masse und Impuls von stationären Simulationen für die zur Auswahl stehenden Gitter findet sich in Abbildung 4.7. Man sieht sofort, dass mit dem hexagonalen Gitter nur schlechte Konvergenz erreicht wird. Das tetragonale Gitter erreicht hingegen schon mit einfacher Verfeinerung gute Werte. Das Manual von Ansys CFX [2006] besagt, dass Residuen im Bereich von $5 \cdot 10^{-5}$ eventuell schon kleiner als notwendig sind, da Fehler in der Approximation der Geometrie und den Randbedingungen größer sein können als dieser Wert. In der Arbeit von Lasher u. Sonnenmeier [2008] wurde ein Wert von $2 \cdot 10^{-5}$ als Konvergenzkriterium angesetzt. Dieser Wert wird hier erst mit zwei Verfeinerungstufen erreicht. Das gröbere tetragonale Gitter (Version 1) erreicht Werte von ca. $3 \cdot 10^{-5}$.

Weitere Verfeinerungen ziehen nur mehr Iterationsschritte bis zur Konvergenz nach sich, es werden aber ähnliche Werte erreicht, wie bei dem Gitter mit nur einer Verfeinerung, welches wesentlich gröber ist.

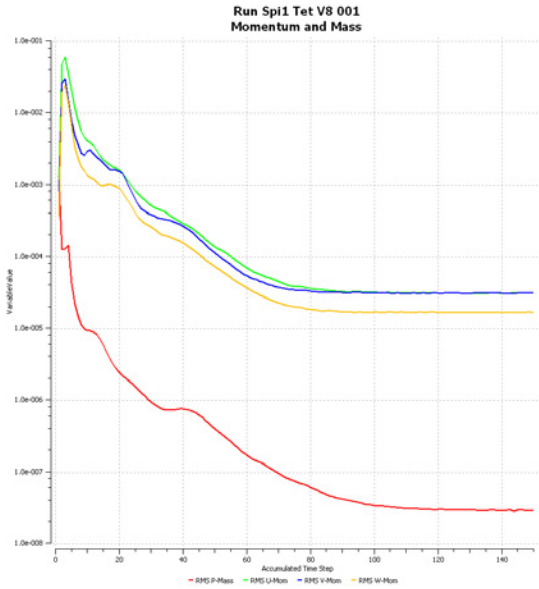
Für eine reine RANSE-Simulation wären also keine feineren Volumina notwendig, Version 1 des tetragonalen Gitters wäre, zumindest von der Betrachtung der Residuen her, ausreichend. Zwischen den beiden Fällen mit zwei und drei Verfeinerungsbereichen ist kaum ein Unterschied erkennbar.

Auch beim Vergleich der Kräfte, die auf den Spinnaker wirken, schneiden die tetragonalen Gitter besser ab (Abbildung 4.8). Es ergeben sich mit einem Tetragonalen Netz mit wenigen Zeitschritten schon stabile Werte für die Kräfte, während es im hexagonalen Gitter zu großen Schwankungen kommt. Die Konvergenzverläufe fallen dabei besser aus als erwartet, denn man versucht hier eine stationäre Lösung für ein stark instationäres Problem zu finden.

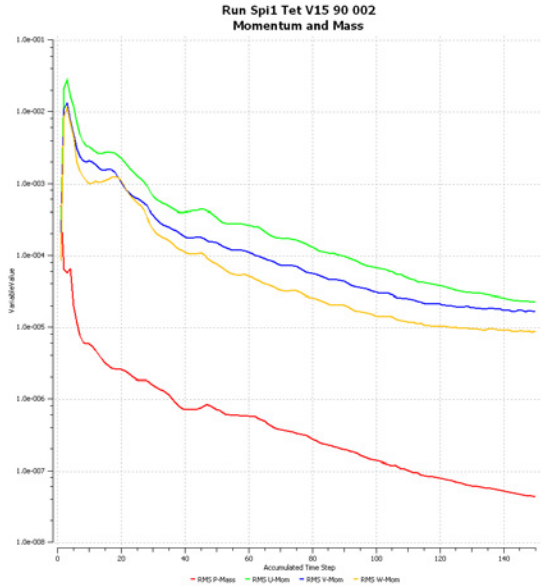
Alle Rechnungen wurden auf einem 8-Kern-Rechner mit jeweils 2,5 GHz und 16 GB Arbeitsspeicher ausgeführt. Die Rechenzeiten für die stationären Berechnungen mit den oben genannten Gittern liegen zwischen 10 und 70 Minuten. Die kürzeste Rechenzeit benötigte das einfach verfeinerte Gitter mit zehn Minuten, das ist nicht verwunderlich, da



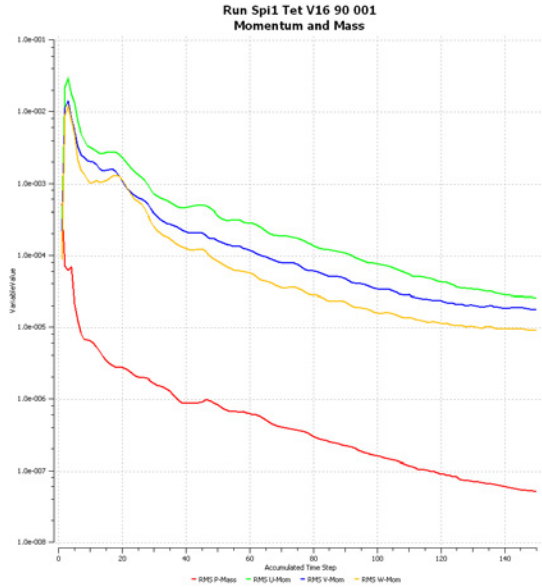
(a) Hexagonales Gitter



(b) Tetragonals Gitter, Ver. 1, eine Verfeinerung

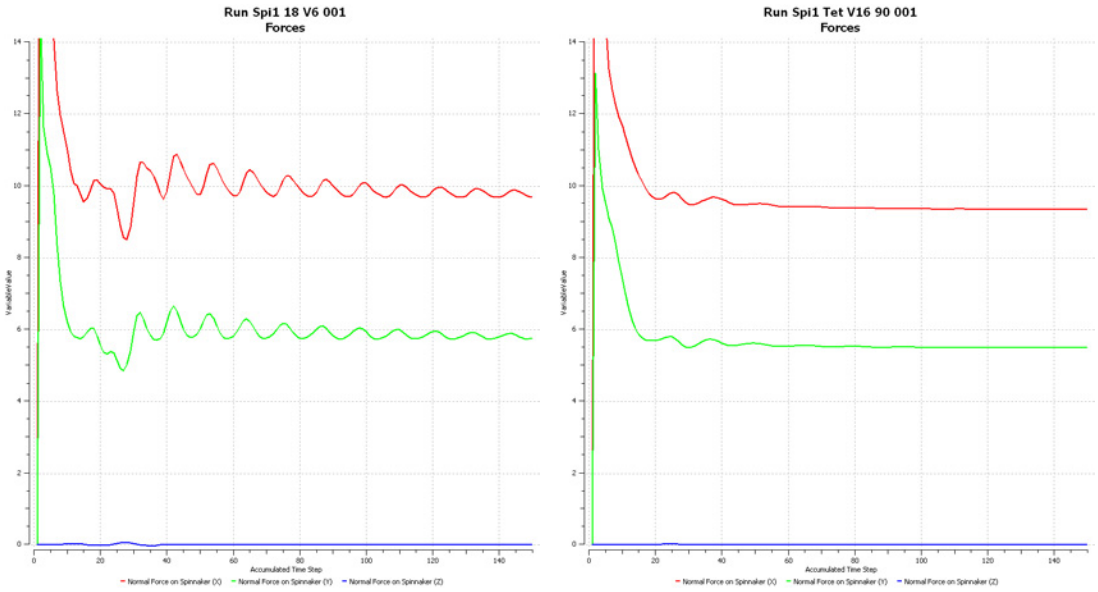


(c) Tetragonals Gitter, Ver. 2, zwei Verfeinerungen



(d) Tetragonals Gitter, Ver. 3, drei Verfeinerungen

Abbildung 4.7: Vergleich der Residuen für Masse und Impuls bei stationären Simulationen



(a) Hexagonales Gitter (b) Tetragonals Gitter, Ver. 3, drei Verfeinerung

Abbildung 4.8: Vergleich der auf den Spinnaker wirkenden Kräfte bei stationären Simulationen

es die geringste Anzahl an Elementen besitzt. Auffällig ist hingegen, dass das hexagonale Gitter fast doppelt so viel Rechenzeit in Anspruch nimmt, wie das dreifach verfeinerte tetragonale (70 zu 36 Minuten). Die Anzahl der Elemente ist hier in etwa gleich groß, der zusätzliche Rechenaufwand entsteht durch die Verbindungen zwischen Blöcken mit unterschiedlichen Gitterabständen. An einem solchen Übergang, müssen beispielsweise vier Zellen eines feineren Blockes mit einer Zelle eines gröberen Blockes verbunden werden.

Letztendlich ergibt sich, dass das tetragonale Gitter schneller konvergiert und der Rechenaufwand somit wesentlich geringer ist. Auch in Lasher u. Sonnenmeier [2008] werden tetragonale Gitter mit 140.000 und 330.000 Zellen verwendet. Wobei nur das Gitter mit weniger Zellen letztendlich für alle Turbulenzmodelle konvergierte. Das ist vor allem darauf zurückzuführen, dass man eine stationäre Lösung für eine instationäre Strömung sucht.

Der Rechenaufwand für eine instationäre Berechnung ist um einiges größer, da für jeden Zeitschritt eine Lösung des Gleichungssystes mit der notwendigen Konvergenz gesucht wird. Für die weitere instationäre Untersuchung kommen also nur tetragonale Gitter in Frage. Obwohl gröbere Gitter in Lasher u. Sonnenmeier [2008] eine bessere Konvergenz zeigten, können diese hier leider nicht verwendet werden. Im LES-Bereich der Detached Eddy Simulation müssen die Kontrollvolumina gerade so klein gewählt werden, dass die kleinsten turbulenten Strukturen noch aufgelöst werden können. Andernfalls fällt die Simulation in den RANSE-Modus zurück.

4.2.2 Instationäre Simulationen

Bei instationären Simulationen ist es wichtig, die richtige Zeitschrittweite zu wählen. Hierbei muss der Spagat zwischen numerischer Stabilität (kleine Zeitschritte) und kurzer Re-

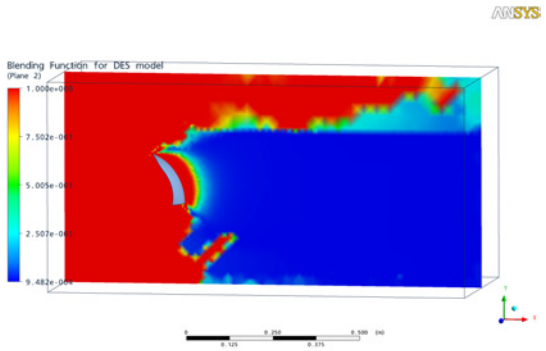
chenzeit (große Zeitschritte) gefunden werden. Obwohl bei einer DES in Ansys CFX 11 für die Zeitdiskretisierung ein implizites Eulerverfahren zweiter Ordnung verwendet wird, darf die in Abschnitt 3.4.2 auf Seite 28 erklärte Courant-Zahl nicht größer als Eins werden, damit turbulente Strukturen korrekt abgebildet werden können. Nach Ansys CFX [2006] sind für eine Large Eddy Simulation und somit auch für eine Detached Eddy Simulation Werte zwischen 0,5 und 1 anzustreben. Die Courant-Zahlen aller Kontrollvolumina werden dabei in Ansys CFX 11 quadratisch gemittelt.

Um nun den maximalen Zeitschritt herauszufinden, bei dem diese Courant-Zahl für möglichst viele Elemente erfüllt ist, wurde eine instationäre Simulation mit automatischer Zeitschrittweitenregulierung durchgeführt. Hierbei wird in festgelegten Intervallen überprüft, ob die Courant-Zahl größer oder kleiner als der gewünschte Wert ist und die Zeitschrittweite entsprechend nach oben oder unten angepasst. Es ergibt sich, dass erst eine Zeitschrittweite von 0,14 Millisekunden diese Anforderungen erfüllt. Der rechnerische Aufwand der instationären Detached Eddy Simulationen kann nun grob abgeschätzt werden. Für eine Simulation der Strömung von einer Sekunde benötigt man bei Zeitschritten von 0,14 Millisekunden 7.150 Zeitschritte. In jedem dieser Zeitschritte muss das Gleichungssystem bis zum Konvergenzkriterium iterativ gelöst werden. Es werden aber mindestens zwei Iterationsschritte pro Zeitschritt benötigt, um die numerische Stabilität zu gewährleisten. Wie sich später zeigt, benötigt man zwei bis drei Iterationen pro Zeitschritt, da sich die Variablen bei diesem kleinen Zeitschritt nur wenig ändern. Geht man also von mindestens zwei Iterationschritten pro Zeitschritt aus, so ergeben sich 15.000 Iterationen. Bei einer stationären Simulation mit 150 Iterationen und einem tetragonalen Gitter von 1,5 Millionen Zellen benötigt man auf der gegebenen Hardware 36 Minuten. Rechnet man diesen Wert hoch, ergeben sich 3.600 Minuten Rechenzeit, dass entspricht 2,5 Tagen. Es zeigt sich, dass meist drei Iterationsschritte pro Zeitschritt benötigt werden, außerdem kommen noch Speicherzeiten für die Zwischenergebnisse hinzu. Letztendlich benötigt man für eine Detached Eddy Simulation von einer Sekunde mit den Bedingungen aus der experimentellen Bestimmung der Kraftkoeffizienten und mit der oben genanten verfügbaren Rechnerleistung ca. 4 Tage Rechenzeit.

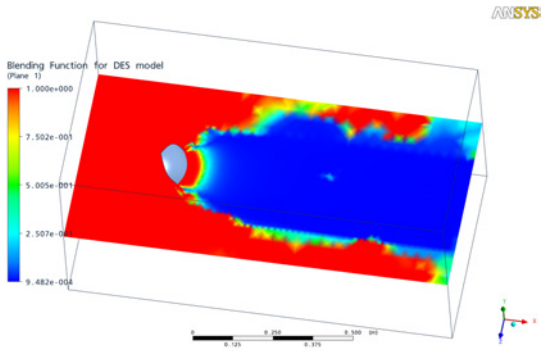
In Abbildung 4.9 sind die Werte der Blending-Funktion, die im Abschnitt 3.3.3 auf Seite 25 erläutert werden, grafisch dargestellt. Hierbei wurden instationäre Simulationen an tetragonalen Gittern mit verschiedenen Verfeinerungen durchgeführt. Es werden hier die schon für die stationären Testsimulationen verwendeten Gitter-Versionen auf ihre Leistungsfähigkeit hinsichtlich der LES-Auflösung untersucht (vgl. Abbildung 4.6 auf Seite 39). Die Simulationen liefen jeweils ca. 2.000 Zeitschritte, damit sich die Turbulenzen entwickeln konnten. In den Regionen mit einem Funktionswert von Eins wird mit RANS simuliert, in den restlichen Regionen kommt der LES-Ansatz zum Einsatz.

In allen Abbildungen ist die durch den RANSE-Modell berechnete Grenzschicht am Spinnaker erkennbar. Von dieser aus kommt es im weiteren Verlauf stromabwärts zur Ablösung die dann durch das LES-Modell berechnet werden.

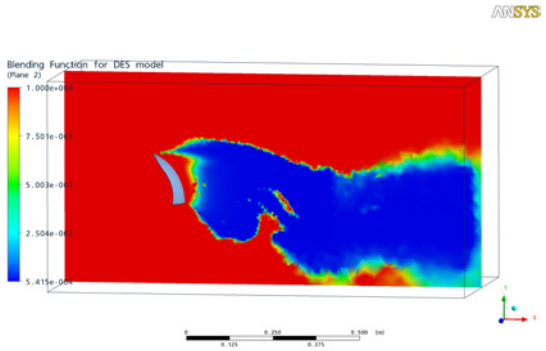
Bei Betrachtung der Abbildungen für die Version eins der tetragonalen Gitter kann man die Abgrenzung des Verfeinerungsbereiches sehr deutlich erkennen. Ein Blick auf Version zwei zeigt, dass mit feineren Kontrollvolumina eine schärfere Abgrenzung des DES-Bereiches erzeugt werden kann. Der Bereich stromabwärts hinter dem Spinnaker erfüllt die Anforderungen einer LES schon wesentlich besser. Am Übergang zwischen den beiden Verfeinerungsbereichen kommt es jedoch zu einer Lücke (zu erkennen in Abbildung 4.9d),



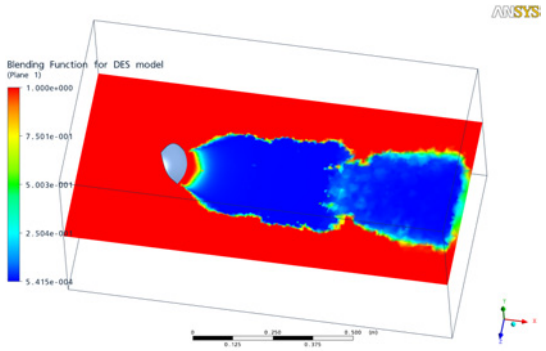
(a) Ver. 1, ein Verfeinerungsbereich, XY-Ebene



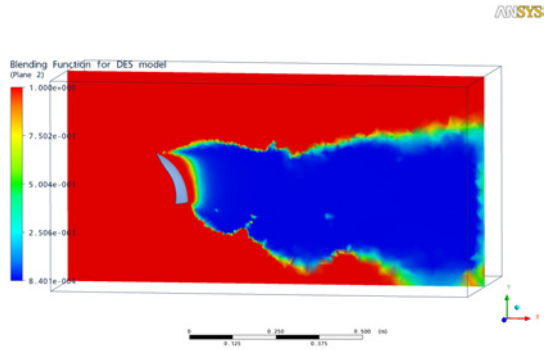
(b) Ver. 1, ein Verfeinerungsbereich, ZX-Ebene



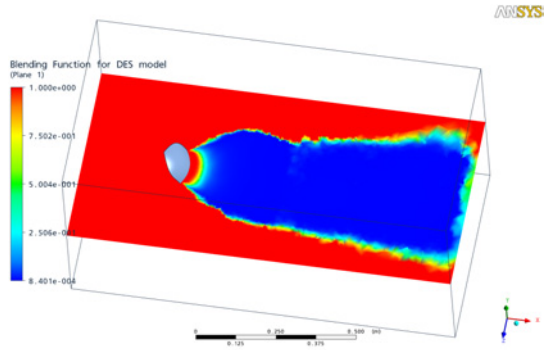
(c) Ver. 2, zwei Verfeinerungsbereiche, XY-Ebene



(d) Ver. 2, zwei Verfeinerungsbereiche, ZX-Ebene



(e) Ver. 3, drei Verfeinerungsbereiche, XY-Ebene



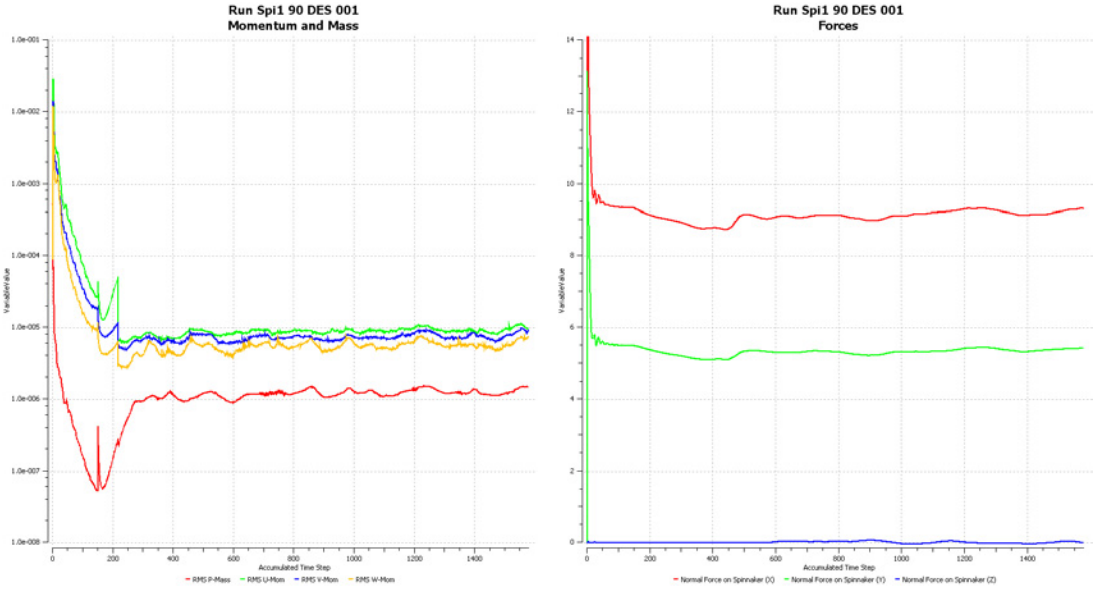
(f) Ver. 3, drei Verfeinerungsbereiche, ZX-Ebene

Abbildung 4.9: Vergleich der DES-Blending Funktionen in den drei tetragonalen Gittern mit Verfeinerungen, vgl. Gitterstruktur in Abbildung 4.6 auf Seite 39

in der das RANSE-Modell wieder aktiv wird. Hier sind die Gitterabstände noch zu groß.

Ein dritter Verfeinerungsbereich behebt gleich zwei Probleme, zum Einen reduziert er die Anzahl der Elemente im mittleren Teil stromabwärts, da er dort größere Kontrollvolumina zulässt als der erste Verfeinerungsbereich direkt hinter dem Spinnaker. Zum Anderen ist er feiner als der Verfeinerungsbereich direkt am Luftauslass und verhindert die oben erwähnte Lücke in der LES-Auflösung. Die Volumina wachsen in Richtung Luftauslass in drei Stufen an. Die hierfür gewählten Größen sind in der Tabelle 4.1 auf Seite 38 angegeben.

Eine Vergrößerung des Zeitschrittes ist leider nicht möglich, da sonst die turbulenten Strukturen nicht mehr korrekt abgebildet werden können. Die einzige Möglichkeit, die Rechenzeit zu reduzieren, sind größere Kontrollvolumina. Diese ist jedoch genau so klein zu wählen, dass die kleinsten turbulenten Strukturen noch größer sind als die maximale Kantenlänge der Kontrollvolumina, um die turbulenten Gebiete der Strömung mit der Large Eddy Simulation berechnen zu können. Ein Blick auf die Residuen des tetrago-



(a) Residuen für Masse und Impuls

(b) Auf den Spinnaker wirkende Kräfte

Abbildung 4.10: Residuen und Kräfte einer Detached Eddy Simulation bei einem Windeinfallswinkel von 90° in einem unstrukturiertem tetragonal vernetztem Gitter mit drei Verfeinerungsbereichen

nal vernetzten Gitters mit drei Verfeinerungsbereichen bringt keine Überraschungen. Als Konvergenzkriterium wurde für Masse und Impuls ein Wert von $5 \cdot 10^{-5}$ gewählt. Man erkennt in Abbildung 4.10a zunächst den stationären Lösungsverlauf bis zum Iterationsschritt 150. Danach beginnt die instationäre Simulation, bei der die Residuen zunächst sehr schnell auf den vorgegebenen Wert ansteigen. Hierbei finden mindestens zwei Iterationen pro Zeitschritt statt. Leider genügen diese im weiteren Verlauf nicht mehr, um den vorgegebenen Wert zu erreichen. Es werden drei Iterationsschritte benötigt, die die Residuen wieder unter einen Wert von $1 \cdot 10^{-5}$ bringen. Dies ist durch den Knick in allen vier Kurven bei Zeitschritt 215 zu erkennen. Durch die zusätzliche Iteration sind die Residuen

somit wieder niedriger als benötigt, es zeigt sich aber, dass zwei Iterationen nicht ausreichen. Aus der Analyse der von Ansys CFX 11 erzeugten Konvergenz-Historie für diese Simulation ergibt sich, dass zwei Iterationsschritte die Residuen der Impulsgleichungen in Hauptströmungsrichtung nur auf einen Wert von ca. $2 \cdot 10^{-4}$ bringen.

Die Betrachtung der auf den Spinnaker wirkenden Kräfte (Abbildung 4.10b) zeigt, dass sich diese nach Beginn der instationären Simulation (ab Zeitschritt 150) zunächst verringern. Dieses Ergebnis war auch zu erwarten, da die entstehenden Turbulenzen der Strömung Energie entziehen und somit die Geschwindigkeiten und die auftretenden Kräfte reduzieren. Nachdem sich die Turbulenzen ausgebildet haben, ca. bei Zeitschritt 600, zeigen sich die erwarteten nicht periodischen Verläufe in den Kräften.

Die Hauptströmungsrichtung läuft entlang der X-Achse, Kräfte in Richtung dieser Achse entsprechen demnach den Widerstandskräften F_W. Kräfte die in Richtung der Z-Achse wirken entsprechen den Auftriebskräften F_A. Auch bei einer Drehung des Spinnakers im Windkanal bleiben diese Zuordnungen somit erhalten.

4.2.3 Ergebnisse der Testsimulationen

Aus der ausführlichen Betrachtung der unterschiedlichen Vernetzungsansätze und deren Optimierung ergibt sich, dass hexagonale strukturierte Gitter für dieses Problem nur schwierig zu erstellen sind. Besonders die unterschiedlichen notwendigen Windeinfallswinkel stellen hohe Anforderungen an die Gittergenerierung. Wahrscheinlich wäre es in diesem Fall effektiver, nicht den Spinnaker zu drehen, sondern den in den Messbereich einfallenden Wind in derart zu modellieren, dass die gewünschten Windeinfallswinkel am Spinnaker erreicht werden. Anschaulich betrachtet würde im Windkanal keinen Zylinder gedreht, sondern der gesamte Windkanal im Wind gedreht werden. Die Modellierung des Windeinlasses und die numerische Stabilität müsste in diesem Fall aber genauer analysiert werden.

Auch wenn man das Problem der komplizierten Vernetzung mit hexagonalen Gittern somit lösen könnte, bliebe die Frage der Performanz. Wie oben gezeigt wurde, benötigen tetragonale Gitter bei gleicher Anzahl an Elementen wesentlich geringer Rechenzeiten. Das ist vor allem auf die notwendigen Verknüpfungen zwischen Blöcken mit unterschiedlichen Gitterabständen in strukturierten Gittern zurückzuführen. Diese müssten demnach möglichst reduziert werden.

Unter Anbetracht dieser Aspekte wurde für die weiteren Simulationen das unstrukturierte tetragonale Gitter mit drei Verfeinerungsbereichen ausgewählt. Es kann die komplizierte Geometrie des Spinnakers sehr gut approximieren, ist relativ einfach zu erzeugen, zeigt sehr gute Konvergenz und benötigt weniger Rechenleistung.

4.3 Simulation ausgewählter Testfälle

Aus den Erkenntnissen des vorherigen Abschnittes ergibt sich, dass in dieser Arbeit bei weitem nicht alle Spinnaker unter allen Windeinfallswinkeln simuliert werden können. Es ist also notwendig geeignete Testfälle auszuwählen. Da in der Arbeit von Lasher u. Sonnenmeier [2008] die beiden ersten Spinnaker ausführlich analysiert wurden, bietet es sich an, diese auch in dieser Arbeit zu simulieren. Die Autoren haben dort beide Segel mit sechs unterschiedlichen Turbulenzmodellen und Windeinfallswinkeln von 20° bis 90° simuliert.

Mit Hilfe der Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte dieser früheren Simulationen können später die Ergebnisse dieser Arbeit validiert werden. Da jede instationäre Detached Eddy Simulation der vorliegenden Arbeit mit einer konvergierten stationären Lösung des Shear-Stress-Transport-Modells startet, können auch gleichzeitig die stationären Ergebnisse beider Arbeiten miteinander verglichen werden.

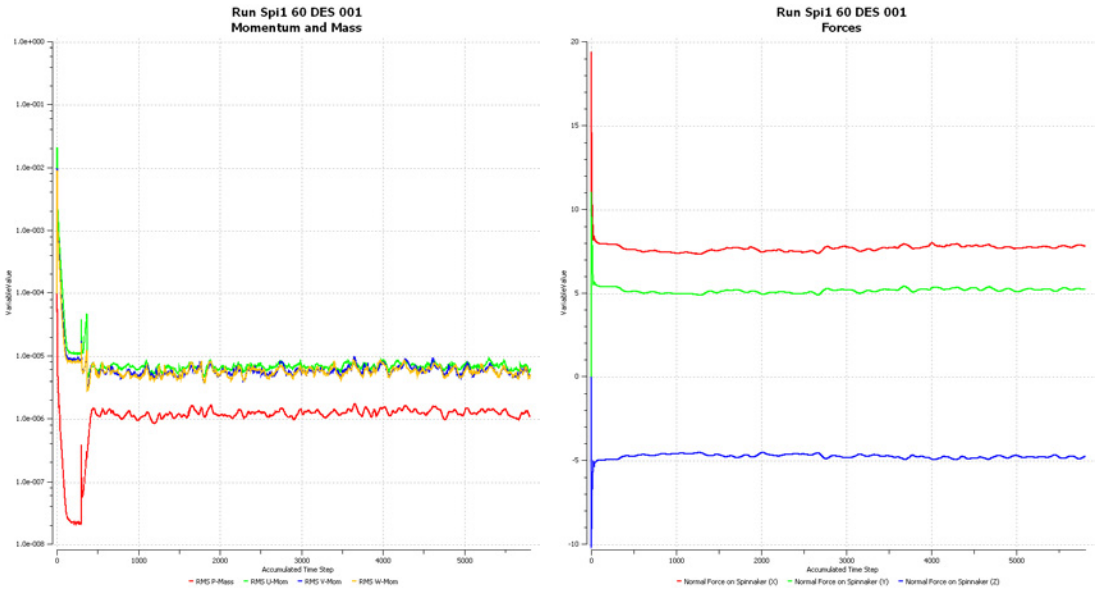
Für den ersten Spinnaker der Modellreihe von Lasher u. a. [2005] liegt bereits ein unstrukturiertes Gitter aus den Testsimulationen vor. Es liegt also nahe, dieses Gitter auch für die eigentlichen Simulationen zu benutzen. In den Simulationen der anderen Arbeiten zeigte sich, dass zwischen Winkeln von 90° bis 50° kaum unerwartete Ergebnisse eintraten. Der Bereich zwischen 40° und 50° bedurfte jedoch, durch die dort auftretenden Effekte, genauerer Untersuchung. Daraus ergibt sich eine Testreihe für den ersten Spinnaker der gegebenen Modellreihe mit Windeinfallswinkeln von 35°, 40°, 45°, 47°, 50°, 60°, 75° und 90°.

Alle Simulationen unter den oben genannten Einfallswinkeln wurden mit einem unstrukturiert vernetztem tetragonalen Gitter mit ca. 1,5 Millionen Elementen berechnet. Die Verfeinerungsbereiche und deren maximale Elementgrößen entsprechen denen der dritten Version des in Abschnitt 4.1.3 auf Seite 36 erläuterten Rechennetzes. Als Zeitdiskretisierung diente auch hier wieder ein implizites Euler-Verfahren zweiter Ordnung. Die konvektiven Terme der Navier-Stokes-Gleichungen wurden mit Hilfe des High Resolution-Modells diskretisiert. Die Windgeschwindigkeit wurde, wie schon in den Testsimulationen, gleich den Bedingungen bei der experimentellen Bestimmung der Kraftkoeffizienten zu $25,6\,\mathrm{m/s}$ gewählt. Luftdichte und dynamische Viskosität entsprechen ebenfalls den Werten aus dem Experiment.

Ausgehend von einer konvergierten Lösung einer stationären Simulation des Shear-Stress-Transport-Modells wurden instationäre Simulationen mit einer Zeitschrittweite von $1,35$ bis $1,4 \cdot 10^{-4}$ Sekunden durchgeführt. Eine stationäre Simulation wird hierbei als konvergiert angesehen, wenn sich die Residuen unter einem Wert von $5 \cdot 10^{-5}$ befinden und sich die auf den Spinnaker wirkenden Kräfte über mehrere Iterationen nicht mehr ändern. Beide Bedingungen sind meist nach 150 Iterationen erfüllt, im schlechtesten Fall erst nach 200 Iterationen.

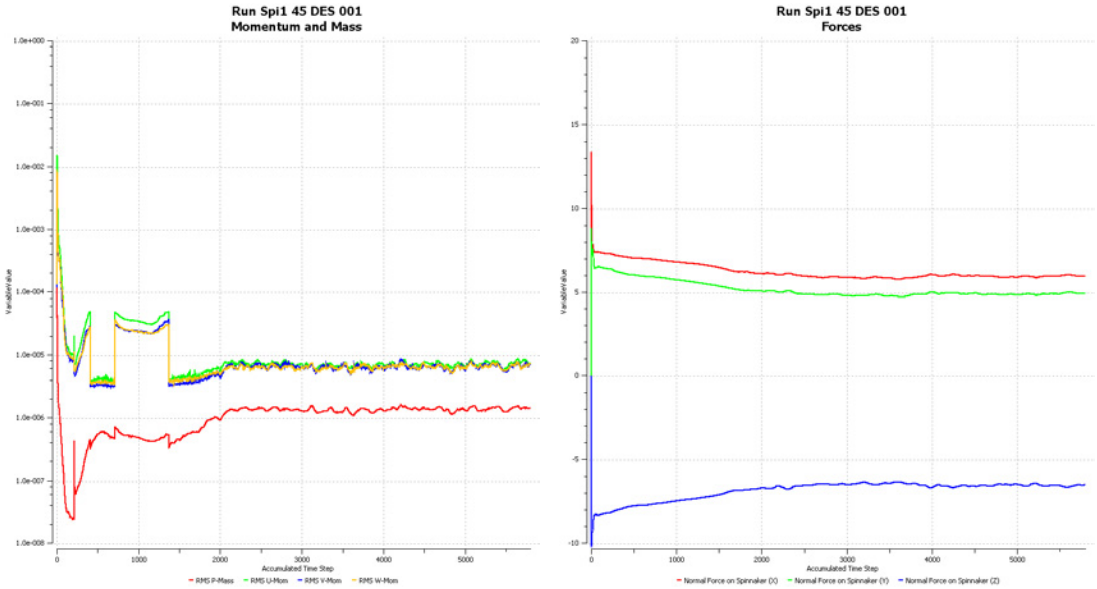
Als Simulationsdauer wurde in Anbetracht der benötigten Rechenzeiten nur eine Sekunde angesetzt. Bei der experimentellen Bestimmung der Kraftkoeffizienten wurden die Spinnaker über einen Zeitraum von 30 Sekunden vermessen und die aufgenommenen Kräfte danach gemittelt. Die Berechnung einer Simulation von einer Sekunde benötigt auf der gegebenen Hardware durchschnittlich drei Tage. Selbst eine Simulationsdauer von zwei Sekunden ist somit im Rahmen dieser Arbeit für verschiedene Einfallswinkel nicht durchführbar. Aus diesem Grund wurden den Simulationen einige Zeitschritte gegeben, um Turbulenzen zu entwickeln und die Kräfte über die verbleibenden Zeitschritte gemittelt. Die Entwicklung der Turbulenz kann man an den Ausschlägen der Kräfte gut nachvollziehen. Bis auf eine Simulation findet dieser Prozess innerhalb von ca. 1.000 Zeitschritten statt. Nur bei Windeinfallswinkeln von 45° und 47° werden 2.000 Zeitschritte benötigt, bis die Kräfte nicht periodische Ausschläge um einen Mittelwert zeigen.

Abbildung 4.11 zeigt beispielhaft den Verlauf der Residuen und Kräfte einer Detached Eddy Simulation mit einem Windeinfallswinkel von 60° für ca. 5.800 Zeitschritte. Die Verläufe der Kräfte für eine Detached Eddy Simulation mit einem Windeinfallswinkel von 45° sind in Abbildung 4.12 zu sehen. Andere Einfallswinkel erzeugen ähnliche



(a) Residuen für Masse und Impuls (b) Auf den Spinnaker wirkende Kräfte

Abbildung 4.11: Residuen und Kräfte einer DETACHED EDDY SIMULATION bei einem Windeinfallswinkel von 60°, ca. 5.800 Zeitschritte



(a) Residuen für Masse und Impuls (b) Auf den Spinnaker wirkende Kräfte

Abbildung 4.12: Residuen und Kräfte einer DETACHED EDDY SIMULATION bei einem Windeinfallswinkel von 45°, ca. 5.800 Zeitschritte

Verläufe. Die anscheinend speziellen Fälle mit 45° und 47° Windeinfallswinkel sollen im nächsten Kapitel genauer untersucht werden.

Kapitel 5

Ergebnisse

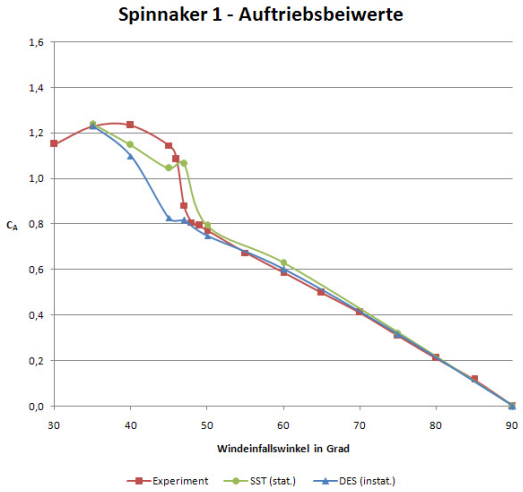
In diesem Kapitel werden die gewonnen Ergebnisse diskutiert. Da die experimentell bestimmten Kraftkoeffizienten der Arbeit von Lasher u. a. [2003] zur Verfügung stehen, werden diese zuerst mit den aus den Simulationen gewonnenen Beiwerten verglichen. Danach werden die stationären und instationären Ergebnisse dieser Arbeit und die stationären Ergebnisse der Arbeit von Lasher u. Sonnenmeier [2008] gegenübergestellt. Zusätzlich werden die Ergebnisse der Detached Eddy Simulation bei Windeinfallswinkeln von 40° bis 50° mit den stationären Ergebnissen unter gleichen Winkeln und mit Ergebnisse anderer Windeinfallswinkel verglichen, um mögliche Ursachen für die auftretenden Phänomene zu finden.

5.1 Vergleich von Experiment und Simulation

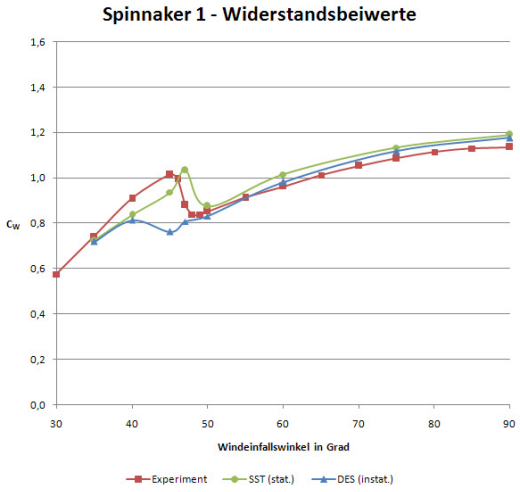
Die aus den Simulationen gewonnenen resultierenden Kräfte wurden mit Hilfe der Formeln 2.2 und 2.3 auf Seite 8 in dimensionslose Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte umgerechnet. Eine Auflistung der Ergebnisse aus der experimentellen Ermittlung, den stationären Simulationen mit dem Shear-Stress-Transport-Modell und den instationären Detached Eddy Simulationen findet sich in Tabelle 5.1. Eine grafische Darstellung ist in den Abbildungen 5.1 gegeben. In den Abbildung kann man erkennen, dass beide Simulationsansätze bei großen Windeinfallswinkeln (50° bis 90°) sehr gute Ergebnisse liefern. Die Abweichungen von den experimentellen Ergebnissen liegen hier zwischen zwei und sieben Prozent. Die instationären Detached Eddy Simulationen erreichen hierbei noch bessere Werte als die stationären mit dem Shear-Stress-Transport-Modell. Im Bereich

Einfalls-	Experiment		SST (stat.)		DES (instat.)	
winkel	C_A	C_W	C_A	C_W	C_A	C_W
35°	1,229	0,744	1,238	0,724	1,231	0,719
40°	1,233	0,909	1,146	0,837	1,098	0,813
45°	1,145	1,014	1,044	0,937	0,827	0,761
47°	0,882	0,879	1,065	1,032	0,829	0,818
50°	0,771	0,852	0,794	0,875	0,748	0,831
60°	0,587	0,962	0,629	1,016	0,602	0,982
75°	0,310	1,086	0,324	1,134	0,315	1,118
90°	0,010	1,135	0,001	1,191	0,000	1,176

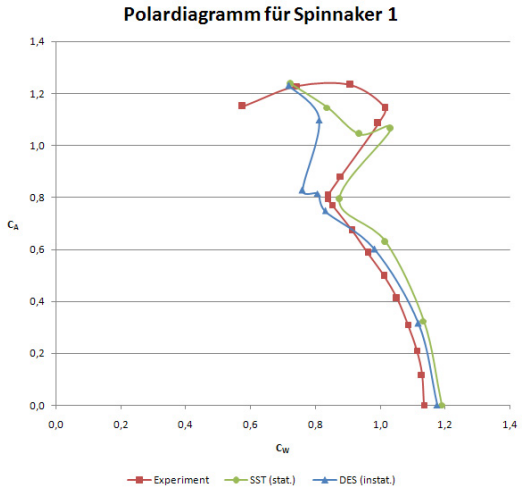
Tabelle 5.1: Experimentell bestimmte und numerisch simulierte Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte des ersten Spinnakers der Modellreihe



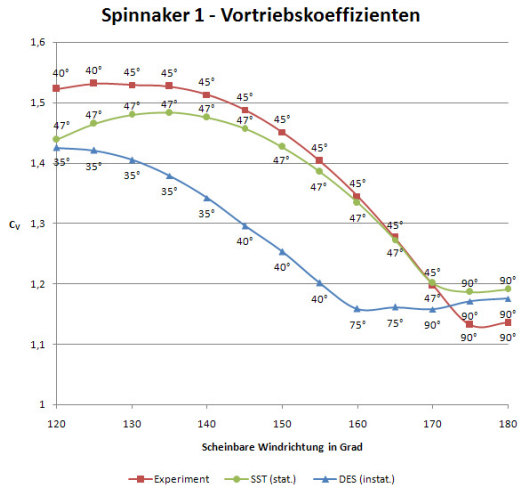
(a) Auftriebsbeiwerte



(b) Widerstandsbeiwerte



(c) Polardiagram



(d) Maximale Vortriebskoeffizienten für unterschiedliche scheinbare Windrichtungen

Abbildung 5.1: Darstellung von experimentell bestimmten und simulierten Auftriebs-, Widerstands-, und Vortriebsbeiwerten des ersten Spinnakers der Modellreihe

von 40° bis 50° zeigen sich weniger gute Ergebnisse, die Effekte des Strömungsabrisses, die bei diesen Winkeln auftreten, können von den Turbulenzmodellierungen nicht ausreichend wiedergegeben werden. Es kommt zu Abweichungen zwischen 7% bis 20% beim SST-Modell, die Detached Eddy Simulationen erzeugen Abweichung zwischen 6% und 30%. Hierbei scheint das SST-Modell verlässlichere Resultate zu liefern als eine aufwändige instationäre DES. Der schlagartige Abfall der Kurvenverläufe von Auftriebs- und Widerstandsbeiwerten wird vom SST-Modell wesentlich besser wiedergegeben. Durch die fehlenden Stützpunkte in diesem Bereich, in dem beide Kurven sehr schnell ihren Verlauf ändern, fällt es allerdings schwer Aussagen zu treffen. Bei der experimentellen Ermittlung wurde dieser Bereich in Schritten von einem Grad untersucht. Für eine genauere Analyse dieses Bereichs wäre das auch in den Simulationen notwendig.

In allen Graphen wurden die Punkte nur zur besseren Veranschaulichung miteinander verbunden, Rückschlüsse auf den konkreten Kurvenverlauf sind erst mit wesentlich mehr Messpunkten möglich. Gerade im Bereich von 35° bis 50° nehmen die Kurven sehr wahrscheinlich andere Werte an, als sie durch die interpolierten Verbindungslinien hier dargestellt werden.

Im Polardiagramm (Abbildung 5.1c), das sich aus den Werten beider Kraftkoeffizienten ergibt, zeigt dementsprechend die gleiche Problematik. Für große Einfallswinkel, also im unteren Bereich der Kurve, stimmen die berechneten Werte sehr gut mit den experimentellen Werten überein. Hier kommt es teilweise zu Abweichungen, die nur innerhalb des Messfehlerbereiches liegen. Aussagen über „Vor-Wind-Kurse“, also jene mit großem Einfallswinkel, sind demnach mit beiden benutzten Turbulenzmodellierung möglich.

Der erzeugte Vortrieb eines Segels ist, wie schon in Abschnitt 2.1.3 auf Seite 6 erläutert, abhängig vom Kurs zum Wind und dem daraus resultierenden scheinbaren Wind. Die Gleichung 2.1 auf Seite 7 lässt sich natürlich auch für die dimensionslosen Kraftkoeffizienten aufstellen, sie lautet dann:

$$c_V = c_A \cdot \sin(\alpha_{\mathrm{sw}}) + c_W \cdot \cos(\alpha_{\mathrm{sw}}) \,. \tag{5.1}$$

Mit Hilfe dieser Formel kann für vorgegebene scheinbare Windrichtungen die Segeleinstellung zum Wind ermittelt werden, die den stärksten Vortrieb erzeugt. Abbildung 5.1d zeigt eine Darstellung, der mit oben genannter Formel ermittelten, maximalen Vortriebskoeffizienten für scheinbare Windrichtungen von 120° bis 180°. Zusätzlich sind die Windeinfallswinkel eingetragen, unter denen dieser maximale Vortrieb erzeugt wird. Hierfür wurden nur jene Kraftkoeffizienten aus dem Experiment verwendet, die auch in den Simulationen dieser Arbeit berechnet wurden. Da die, der Berechnung der Vortriebskoeffizienten zugrunde liegenden, Daten des SST-Modells ohnehin schon besser den experimentellen Werten entsprachen, zeigt sich auch hier eine bessere Übereinstimmung der Kurve des SST-Modells mit der aus den Daten des Experiments erzeugten. Die Abweichungen im Bereich der hohen Windeinfallswinkel sind auch hier sehr gering. Trotz der schlechten Ergebnisse in den Kraftkoeffizienten für niedrige Einfallswinkel, sind die Abweichungen in den resultierenden Vortriebskoeffizienten akzeptabel. Auch die Prognose der optimalen Windeinfallswinkel ist für scheinbare Windrichtungen ab 130° überraschend gut.

Da die aus den Simulationen mit dem DES-Modell hervorgehenden Kraftkoeffizienten, unter Windeinfallswinkeln im Bereich von 40° bis 50°, von den experimentell bestimmten stark abweichen und gerade dieser Bereich für die Ermittlung der maximalen Vortriebskoeffizienten ausschlaggebend ist, ergeben sich auch hier nur schlechte Übereinstimmungen

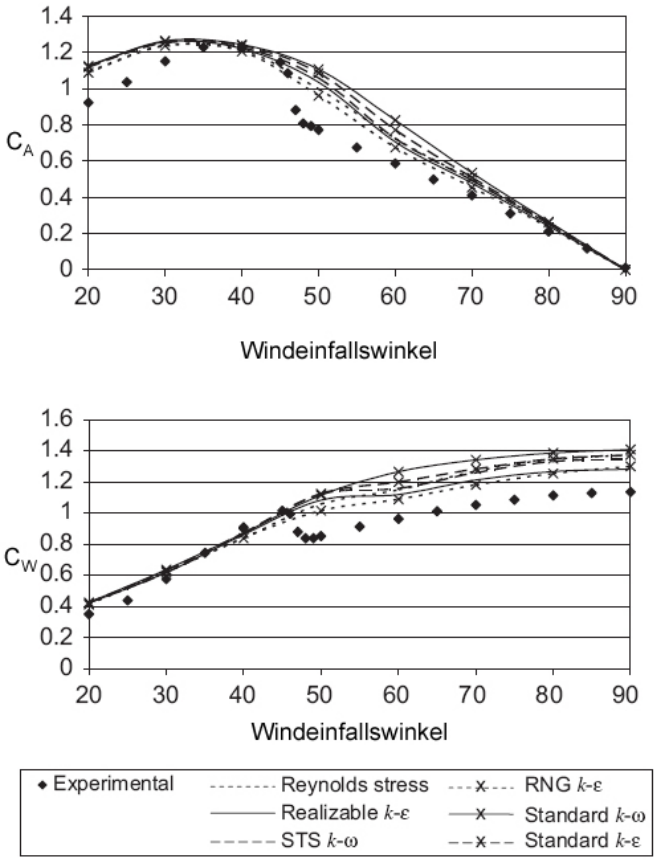


Abbildung 5.2: Experimentell bestimmte und mit unterschiedlichen Turbulenzmodellen berechnete Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte des ersten Spinnakers der Modellreihe,
Quelle: Lasher u. Sonnenmeier [2008, Seite 154]

verglichen mit den Werten aus dem Experiment. Die prognostizierten optimalen Windeinfallswinkel sind nicht mehr im akzeptablen Bereich, die ermittelten Vortriebskoeffizienten weichen zum Teil um 15% vom Experiment ab.

Der optimale Kurs zum Wind, also die optimale scheinbare Windrichtung mit dem maximalen Vortrieb, wird von den SST-Simulationen gut prognostiziert. Bei den instationären Detached Eddy Simulationen stimmt die effektivste scheinbare Windrichtung zwar noch besser mit den experimentellen Daten überein (120°-130°), deren zugrunde liegende Kraftkoeffizienten sind aber wesentlich schlechter und somit weniger verlässlich.

5.2 Vergleich mit früheren Simulationen

Um Aussagen über die Güte der Simulationen der vorliegenden Arbeit zu treffen, werden die Ergebnisse aus der Arbeit von Lasher u. Sonnenmeier [2008] herangezogen. In Abbildung 5.2 sind die berechneten sowie die experimentell bestimmten Kraftkoeffizien-

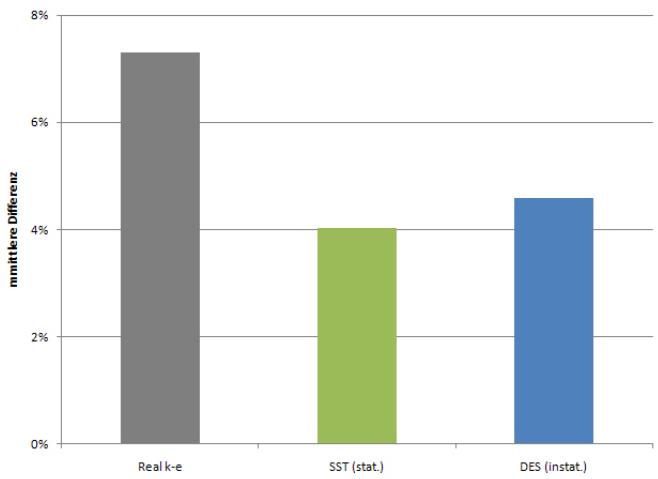


Abbildung 5.3: Durchschnittliche Abweichungen zwischen berechneten und experimentell bestimmen Kraftkoeffizienten

ten des ersten Spinnakers der Modellreihe dieser Arbeit dargestellt. Hierbei wurden sechs unterschiedlichen RANSE-Turbulenzmodellierungen verwendet und die Kraftkoeffizienten über Windeinfallswinkel von 20° bis 90° ermittelt. Die Werte des maximalen Auftriebs wurden von allen Modellen innerhalb der Messtoleranzen sehr gut berechnet. Allerdings hat keines der Turbulenzmodelle den starken Ausschlag in beiden Kurven korrekt wiedergeben können. Das Ablösen und Wiederanlegen der Strömung kann von diesen Modellen nicht korrekt simuliert werden, es handelt sich dabei um eine bekannte Schwachstelle der RANSE-Ansätze. Das Realizable-k-ϵ-Modell ging als das robusteste und und korrekteste Modell aus dieser Arbeit hervor. Die Abweichungen in den Koeffizienten waren beim RNG-k-ϵ zwar noch geringer, letztendlich zeigte es sich allerdings als weniger robust, da sich bei einigen Windeinfallswinkeln nur schwer eine konvergierte Lösung erzeugen ließ.

Sowohl die in dieser Arbeit durchgeführten instationären Detached Eddy Simulationen als auch die stationären Simulationen mit dem SST-Modell liefern bessere Übereinstimmungen mit den experimentellen Daten. Als Vergleichskriterium soll das in Lasher u. Sonnenmeier [2008] verwendete Verfahren herangezogen werden. Die Differenz zwischen experimentell ermittelten und numerisch simulierten Koeffizienten für jeden Einfallswinkel wird bestimmt. Aus diesen Differenzen für jeden Auftriebs- und Widerstandskoeffizienten wird der Mittelwert errechnet und durch 1,5 geteilt. Der Wert 1,5 ist der über alle Spinnakerformen der Modellreihe maximal erreichte Wert in den Auftriebs- und Widerstandskoeffizienten. Das Ergebnis ist in Abbidung 5.3 dargestellt. Der Wert für das Realizable-k-ϵ-Modell wurde hierbei aus der Arbeit von Lasher u. Sonnenmeier [2008] entnommen.

Bei der früheren Arbeit wurden jedoch doppelt so viele Windeinfallswinkel berechnet. Der Wert für das Realizable-k-ϵ-Modell wird somit über wesentlich mehr Koeffizienten gemittelt. Die dort berechneten Koeffizienten liegen allerdings nicht vor, so dass keine Anpassung an die in dieser Arbeit durchgeführte Messreihe erfolgen kann. Da die Verteilung der Windeinfallswinkel, der in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen jedoch sehr ausgewogen ist, scheint ein Vergleich angemessen.

Die grafische Darstellung der prozentualen Abweichungen der drei Turbulenzmodellierungen spiegelt das wieder, was sich auch beim Vergleich der Kurvenverläufe der Kraftkoeffizienten der Simulationen dieser Arbeit mit denen aus der Arbeit von Lasher u. Sonnenmeier [2008] ergibt. Beide Simulationsverfahren der vorliegenden Arbeit erzeugen wesentlich bessere Übereinstimmungen mit den experimentellen Ergebnissen. Das auch die stationären Simulationen bessere Ergebnisse liefern, ist auf die wesentlich höhere Anzahl an Elementen zurückzuführen. Es stehen hierbei 140.000 Elemente der früheren Arbeit den ca. 1,5 Millionen Elementen dieser Arbeit gegenüber.

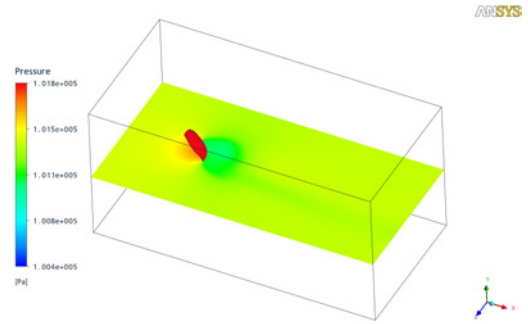
5.3 Ausgewählte Ergebnisse der durchgeführten Simulationen

Aus dem Vergleich der berechneten und experimentell bestimmten Koeffizienten (Abschnitt 5.1) ergibt sich, dass die Simulationen für Windeinfallswinkel von 50° bis 90° sehr gute Übereinstimmungen liefern. Die Darstellung der Ergebnisse einer Simulation erfolgt deswegen beispielhaft für einen Windeinfallswinkel von 60°. Aus den Verläufen der auf den Spinnaker wirkenden Kräfte für diesen Winkel (vgl. Abbildung 4.11, Seite 48) können interessante Zeitschritte ausgewählt werden. Die ersten 300 Zeitschritte in dieser Abbildung beinhalten die stationäre Simulation, an deren Ende, die instationäre Detached Eddy Simulation startet. Als interessant wurden die Zeitschritte 300 (konvergierte stationäre Lösung), 1.750 (Beginn der Turbulenzentwicklung), 2.750 (starker Ausschlag in den Verläufen der Kräfte) und 4.500 (kleinere Ausschläge in den Kraftkurven) ausgewählt. Die Abbildungen 5.4 zeigen Druck und Geschwindigkeit auf einer ZX-Schnittebene, die den Spinnaker im unteren Viertel schneidet. In den Abbildungen 5.5 werden Druck und Geschwindigkeit auf einer XY-Ebene gezeigt, die den Spinnaker fast mittig schneidet. Die Unterschiede zwischen stationären und instationären Berechnungen sind sofort ersichtlich. In den instationären Simulationen bilden sich hinter dem Spinnaker die turbulenten Strukturen aus, die von einem stationären RANSE-Ansatz nicht wiedergegeben werden können. Die Geschwindigkeiten fluktuieren in den instationären Simulationen über die Zeitschritte, es sind zudem Wirbelstrukturen erkennbar.

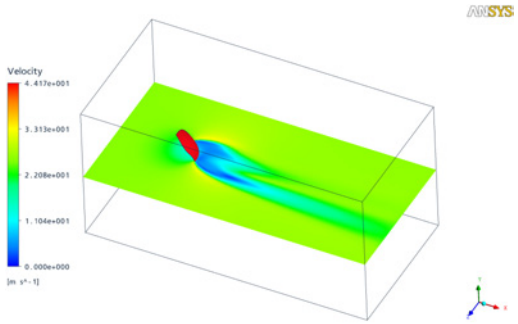
In Abbildung 5.6 sind dreidimensionale Stromlinien zu sehen, die den Spinnaker an seinen Kanten berühren. Sie zeigen die typischen Unterschiede zwischen einem stationären RANSE-Modell und einem instationären DES-Modell. Da der RANSE-Ansatz nur gemittelte Größen betrachtet, sind die Stromlinien hier wesentlich glatter, die Stromlinien des DES-Modells hingegen sehr ungeordnet und chaotisch.

Die turbulenten Strukturen sind auch in den Abbildungen 5.7 gut zu erkennen. Hier werden die Vektoren der Geschwindigkeit dargestellt. Zum Einen die Vektoren auf einer vertikalen XY-Ebene, die den Spinnaker in etwa mittig schneidet, zum Anderen auf einer horizontalen ZX-Ebene. Zusätzlich ist der auf den Spinnaker wirkenden Druck dargestellt. Es handelt sich hierbei um den Druck, den der Spinnaker auf der dem Lufteinlass zugewandten Seite erfährt.

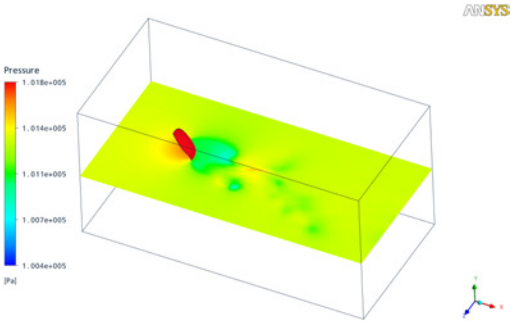
In Abbildung 5.8 sind die Geschwindigkeiten mehrerer Zeitschritte einer Detached Eddy Simulation eines Spinnakers mit einem Windeinfallswinkel von 60° dargestellt. Der gesamte betrachtete Zeitraum in diesen Abbildungen entspricht etwa 0,02 Sekunden. Man erkennt sehr gut wie sich einzelne Wirbel zunächst bilden, dann ablösen und letztendlich dissipieren, ähnlich einer Kármánschen Wirbelstraße.



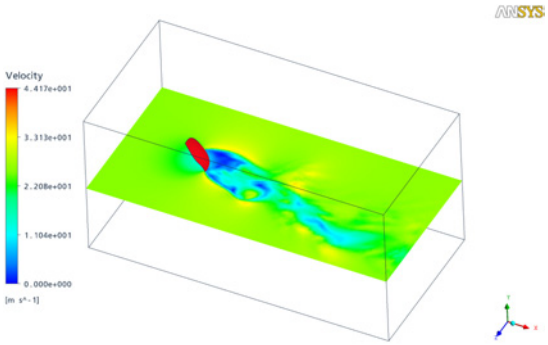
(a) Druck, stationäre Lösung (SST-Modell)



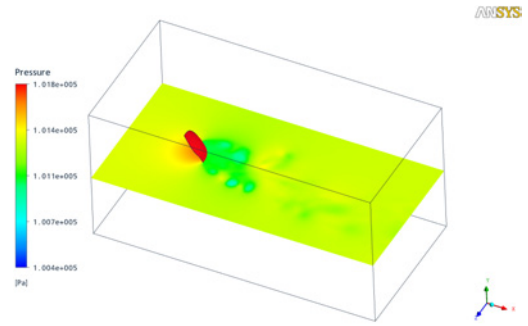
(b) Geschwindigkeit, stationäre Lösung (SST)



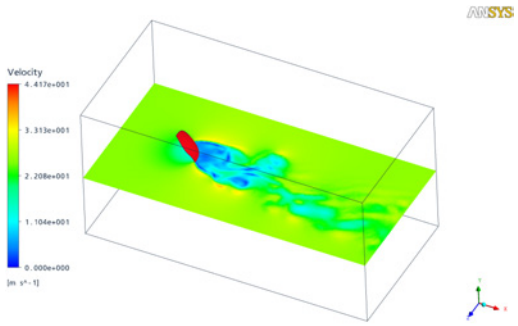
(c) Druck, Zeitschritt 1.750 (DES)



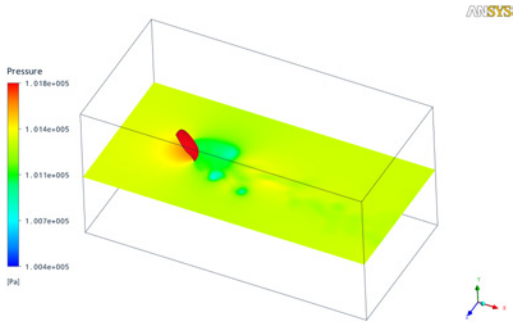
(d) Geschwindigkeit, Zeitschritt 1750 (DES)



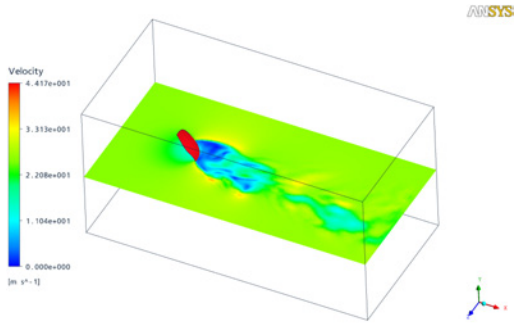
(e) Druck, Zeitschritt 2.750 (DES)



(f) Geschwindigkeit, Zeitschritt 2750 (DES)

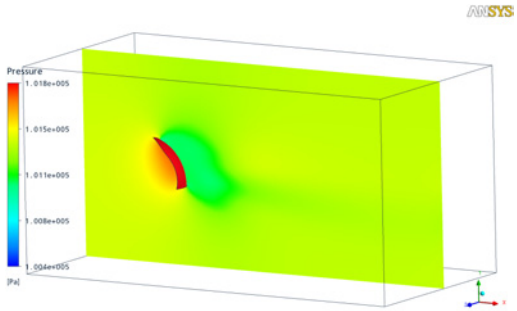


(g) Druck, Zeitschritt 4.500 (DES)

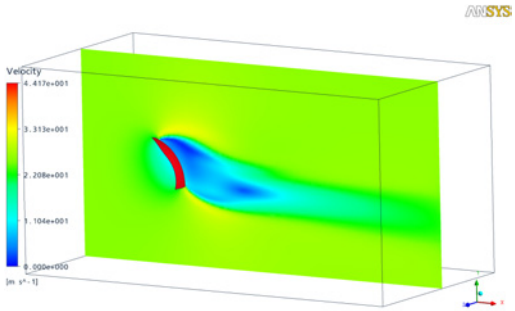


(h) Geschwindigkeit, Zeitschritt 4.500 (DES)

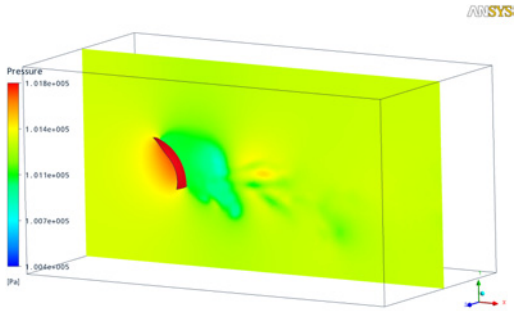
Abbildung 5.4: Darstellung von Druck und Geschwindigkeit von stationärer und instationären Berechnungen bei einem Windeinfallswinkel von 60°



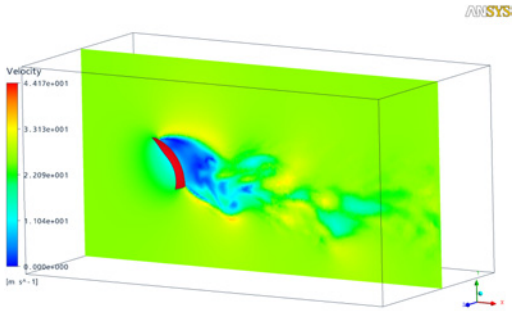
(a) Druck, stationäre Lösung (SST)



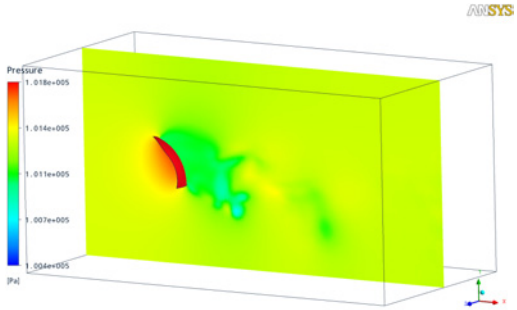
(b) Geschwindigkeit, stationäre Lösung (SST)



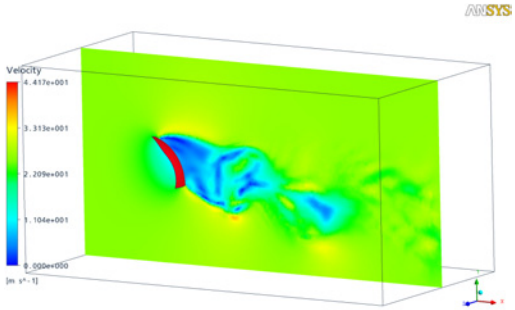
(c) Druck, Zeitschritt 1.750 (DES)



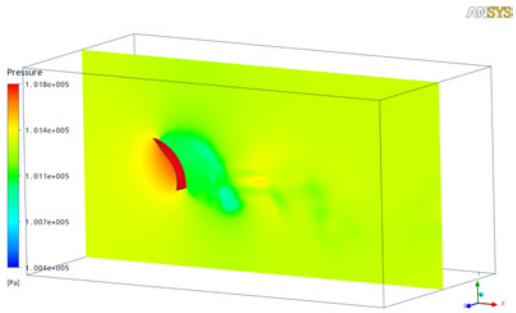
(d) Geschwindigkeit, Zeitschritt 1.750 (DES)



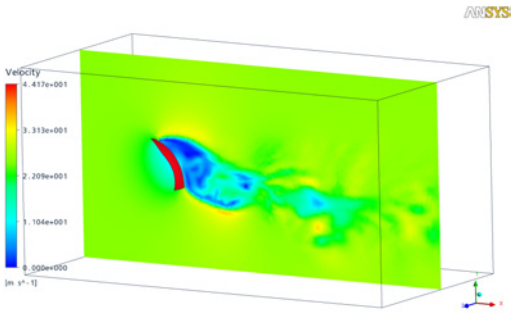
(e) Druck, Zeitschritt 2.750 (DES)



(f) Geschwindigkeit, Zeitschritt 2.750 (DES)

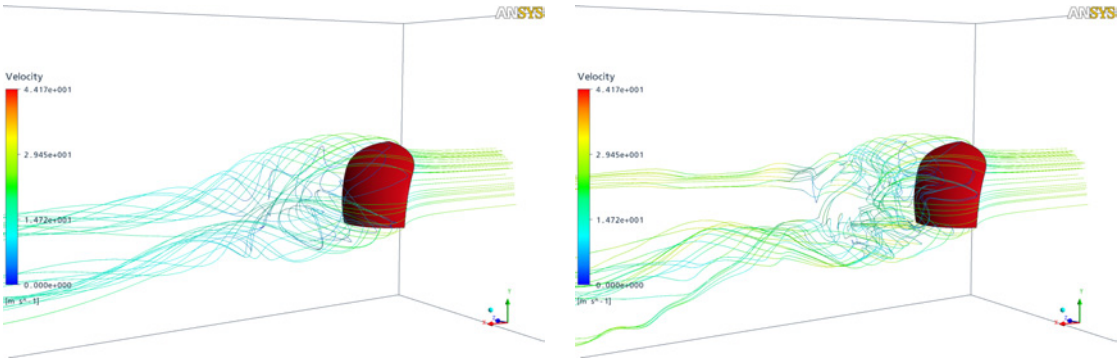


(g) Druck, Zeitschritt 4.500 (DES)



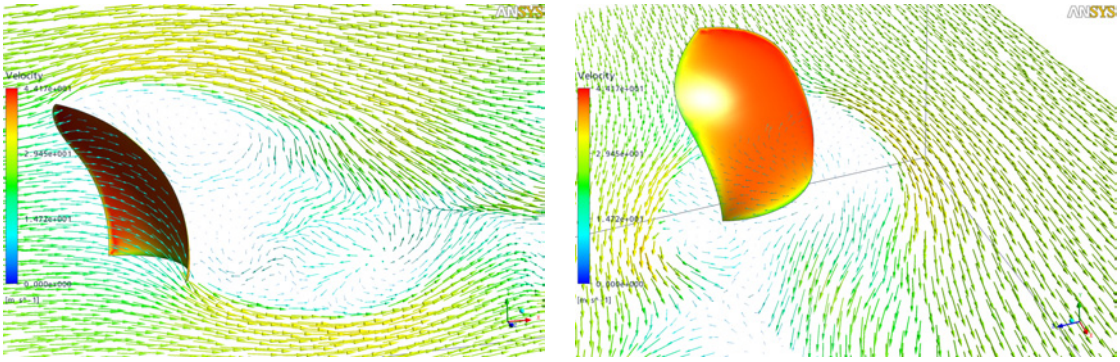
(h) Geschwindigkeit, Zeitschritt 4.500 (DES)

Abbildung 5.5: Darstellung von Druck und Geschwindigkeit von stationärer und instationären Berechnungen bei einem Windeinfallswinkel von 60°



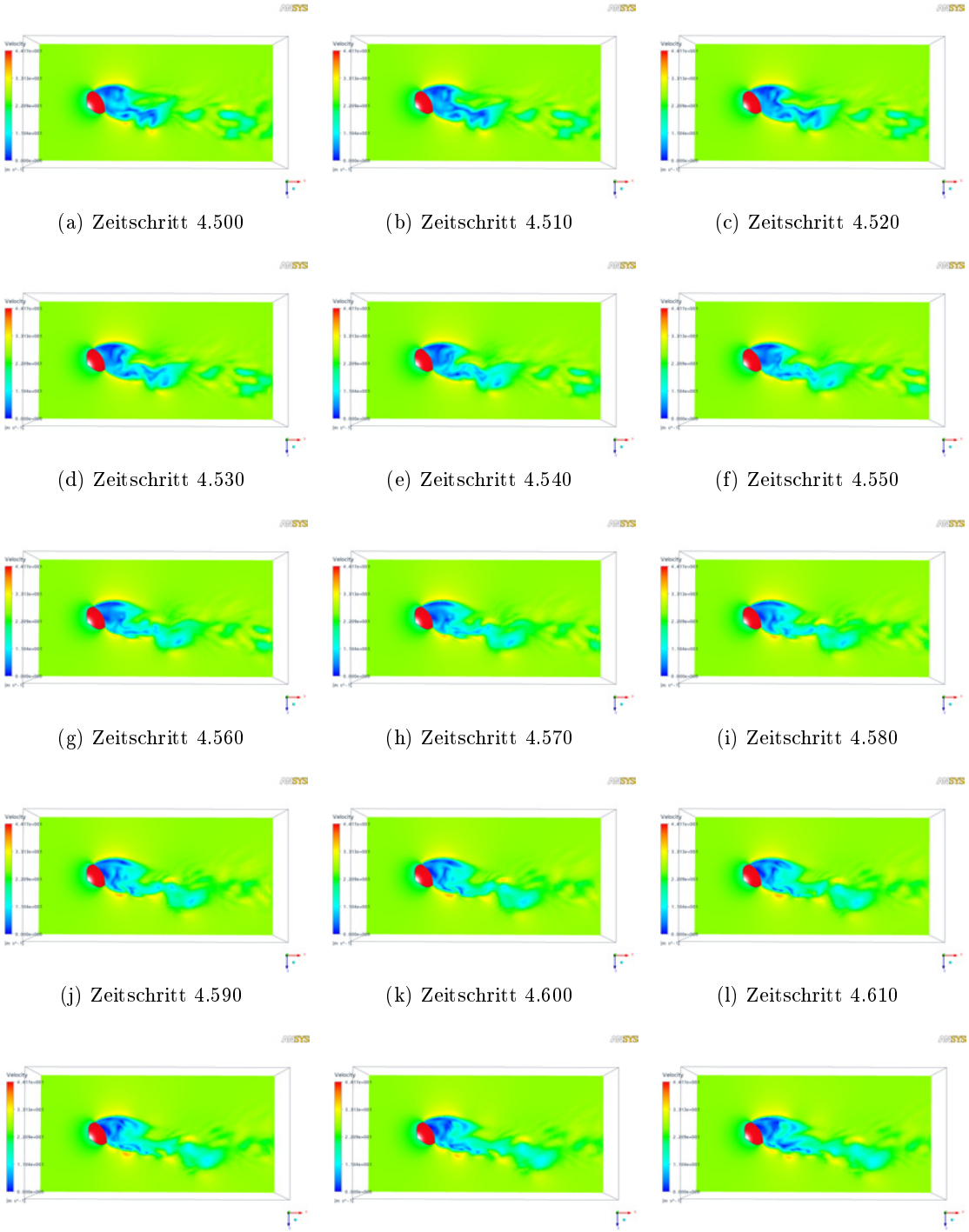
(a) stationäre Lösung (SST-Modell) (b) Zeitschritt 4500 (DES)

Abbildung 5.6: Dreidimensionale Stromlinien bei einem Windeinfallswinkel von 60°, Zeitschritt 4.500 (DES)



(a) Geschwindigkeitsvektoren auf einer XY-Ebene (b) Geschwindigkeitsvektoren auf einer ZX-Ebene

Abbildung 5.7: Geschwindigkeitsvektoren bei einem Windeinfallswinkel von 60°, Zeitschritt 4.500 (DES)



(a) Zeitschritt 4.500 (b) Zeitschritt 4.510 (c) Zeitschritt 4.520

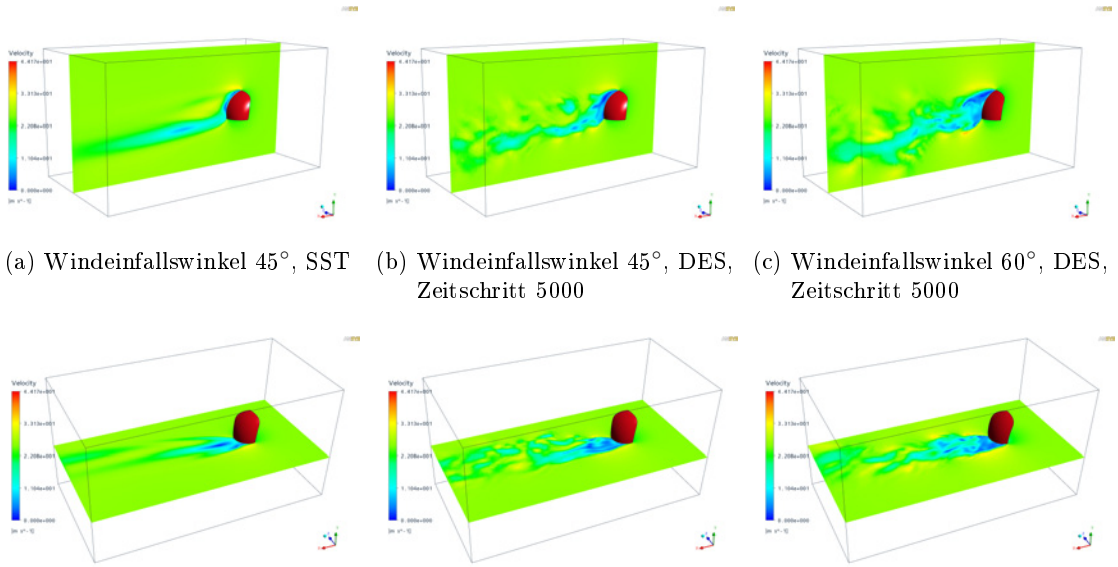
(d) Zeitschritt 4.530 (e) Zeitschritt 4.540 (f) Zeitschritt 4.550

(g) Zeitschritt 4.560 (h) Zeitschritt 4.570 (i) Zeitschritt 4.580

(j) Zeitschritt 4.590 (k) Zeitschritt 4.600 (l) Zeitschritt 4.610

(m) Zeitschritt 4.620 (n) Zeitschritt 4.630 (o) Zeitschritt 4.640

Abbildung 5.8: Geschwindigkeitsverlauf bei einem Windeinfallswinkel von 60° über mehrere Zeitschritte



(a) Windeinfallswinkel 45°, SST (b) Windeinfallswinkel 45°, DES, Zeitschritt 5000 (c) Windeinfallswinkel 60°, DES, Zeitschritt 5000

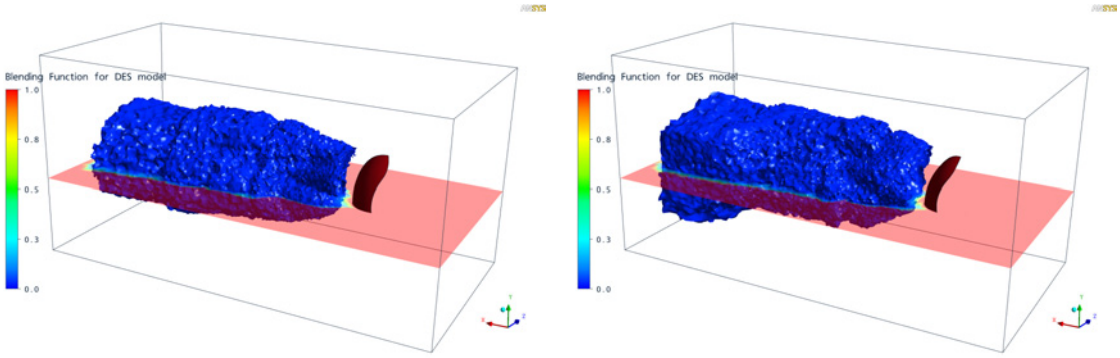
(d) Windeinfallswinkel 45°, SST (e) Windeinfallswinkel 45°, DES, Zeitschritt 5000 (f) Windeinfallswinkel 60°, DES, Zeitschritt 5000

Abbildung 5.9: Geschwindigkeitsverteilungen auf XY- und ZX-Ebenen

5.4 Analyse der problematischen Windeinfallswinkel

Aus dem Vergleich der simulierten und den experimentell bestimmten Kraftkoeffizienten ergeben sich große Abweichungen bei den Detached Eddy Simulationen mit Windeinfallswinkeln von 40° bis 50°. Beispielhaft soll deswegen hier der Windeinfallswinkel von 45° genauer untersucht werden. Zum Einen mit einem mit einer stationären Simulation des gleichen Falls, zum Anderen mit einer instationären Detached Eddy Simulation unter einem Windeinfallswinkel von 60°. Die Verläufe der Residuen und Kräfte sind in den Abbildungen 4.11 und 4.12 auf Seite 48 zu sehen. Die Geschwindigkeitsverteilungen der drei Fälle sind in den Abbildungen 5.9 zu sehen, die XY-Ebene schneidet den Spinnaker dabei mittig, die ZX-Ebene trifft den Spinnaker im Fußbereich. In Abbildung 5.9b kann man erkennen, dass sich bei einem Windeinfallswinkel von 45° die Strömung auf dem Spinnaker horizontal erst wesentlich später ablöst als bei einer ebenfalls instationären Simulation mit einem Winkel von 60°. Grundsätzlich sehen beide Darstellungen der instationären Simulationen physikalisch sinnvoll aus, Gründe für das Versagen der Detached Eddy Simulation sind hier nicht zu erkennen. Es fällt auf, das die Totwassergebiete, direkt hinter dem Spinnaker, in der stationären Simulation wesentlich kleiner sind. Turbulente Strukturen sind, bedingt durch den dort angewandten RANSE-Ansatz, nicht zu erkennen.

In den Abbildungen 5.10 sind die Werte der Blending-Funktion beider Detached Eddy Simulationen dargestellt. Ihr Wert gibt an, welcher Ansatz zur Turbulenzmodellierung in der Strömung verwendet wird (siehe Abschnitt 3.3.3). Die Regionen, in denen der Funktionswert Null ist, werden hierbei mit dem Ansatz nach Smagorinsky modelliert. Alle restlichen Gebiete werden mit Hilfe des SST-Modells simuliert. Auch hier sehen die Er-



(a) Windeinfallswinkel 45°, DES, Zeitschritt 5.000 (b) Windeinfallswinkel 60°, DES, Zeitschritt 5.000

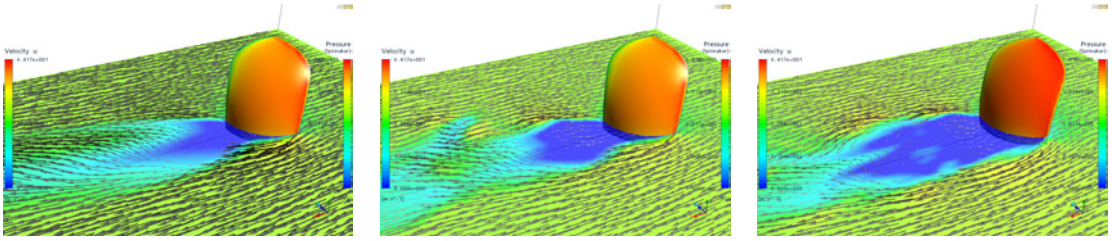
Abbildung 5.10: Isoflächen der DES-Blendingfunktion mit dem Wert 0,001

gebnisse sinnvoll aus. Der LES-Bereich ist bei einem Windeinfallswinkel von 45° direkt hinter dem Spinnaker in der Horizontalen etwas schmaler, da sich der Ablösepunkt der Strömung dort nicht mehr in der Nähe des Randes befindet, sondern weiter in die Mitte der Oberfläche wandert.

In den Abbildungen 5.11 sind die Geschwindigkeiten in der Hauptströmungsrichtung entlang der X-Achse dargestellt. In allen drei Fällen ergeben sich direkt hinter dem Spinnaker Gebiete, in denen diese Geschwindigkeit Null wird. Zusätzlich wurden die Geschwindigkeitsvektoren der Strömung auf die ZX-Ebene projeziert, um die Rückströmung in den Wirbelgebieten darzustellen. Die Strömung verläuft hier entgegengesetzt zur Hauptströmung, ähnlich einer KÁRMÁNschen Wirbelstraße. Hierbei ist die Rezirkulation bei den instationären Simulationen wesentlich größer, bei der stationären Simulation sind die Geschwindigkeitsvektoren im Rezirkulationsgebiet wesentlich kleiner. Auf der Spinnakeroberfläche wird zudem der Druck, den der Spinnaker auf der dem Lufteinlass zugerichteten Seite erfährt, dargestellt. Man erkennt deutlich, dass bei einem Winkel von 45° weniger Druck auf den Spinnaker ausgeübt wird. Bei der stationären Berechnung ist der auf die Oberfläche wirkende Druck bei gleichem Winkel höher, erkennbar an der dunkleren Einfärbung des Spinnakers. Das entspricht den zuvor schon ermittelten Unterschieden in den resultierenden Kräften zwischen stationärer und instationärer Simulation.

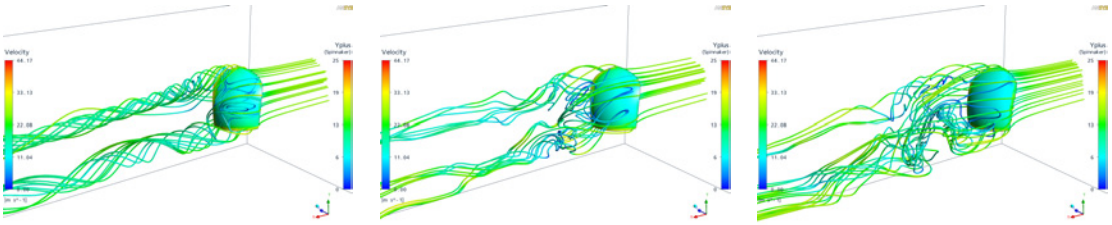
Auch die dreidimensionalen Stromlinien, dargestellt in den Abbildungen 5.12, geben keinen Hinweis auf die Ursache des Versagens des DES-Ansatzes. Dargestellt sind dort einige Stromlinien, die das Segel am Rand berühren. Die Verläufe der Stromlinien sind im stationären Fall wesentlich gleichmäßiger, die Mittellung des RANSE-Ansatz, ist hier gut sichtbar. Im Vergleich dazu sehen die Stromlinien der instationären Ergebnisse sehr viel unregelmäßiger und zufälliger aus.

Es sind außerdem die dimensionslosen y^+-Werte der Segeloberfläche dargestellt. Sie geben Aufschluss über die Entfernung des wandnächsten Punktes. Wie in Abschnitt 3.3.1 beschrieben, sollte dieser Wert idealerweise eins sein, aber mindestens im viskosen Bereich liegen. In den Abbildung ist erkennbar, dass dieser Wert sowohl in den stationären als auch in den instationären Simulationen nicht erreicht wurde. Da in ANSYS CFX 11 automatisch zwischen dem LOW-RE- und einem Wandfunktionsansatz umgeschaltet wird, sobald die Auflösung des Rechengitters nicht ausreicht, ist das nicht problematisch. Eventuell



(a) Windeinfallswinkel 45°, SST (b) Windeinfallswinkel 45°, DES, Zeitschritt 5.000 (c) Windeinfallswinkel 60°, DES, Zeitschritt 5.000

Abbildung 5.11: Geschwindigkeitsverteilung in Hauptströmungsrichtung (entlang der X-Achse) und Geschwindigkeitsvektoren auf einer ZX-Ebene, zusätzlich Druckverteilung auf der Spinnakeroberfläche



(a) Windeinfallswinkel 45°, SST (b) Windeinfallswinkel 45°, Zeitschritt 5.000 (c) Windeinfallswinkel 60°, Zeitschritt 5.000

Abbildung 5.12: Dreidimensionale Stromlinien und Darstellung der Y-Plus-Werte auf der Spinnakeroberfläche

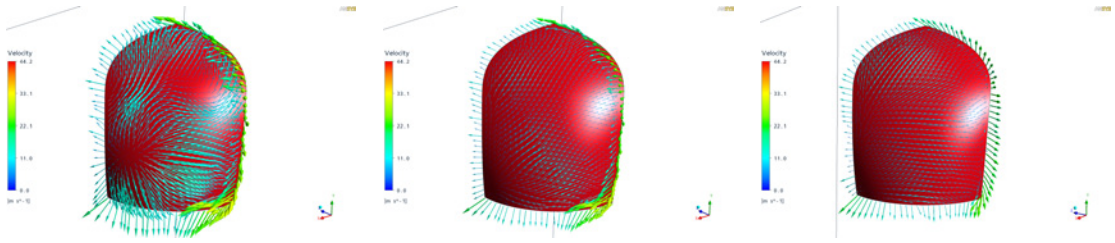
können jedoch bessere Ergebnisse erzielt werden, wenn die viskose Grenzschicht besser vom Rechengitter aufgelöst wird.

In den Abbildungen 5.13 sind die Vektoren des Geschwindigkeitsfeldes in einem Abstand von 2,5 mm hinter dem Spinnaker dargestellt. Sie geben Aufschluss über die Bewegungen innerhalb der Grenzschicht, die sich um den Spinnakers ausbildet. Auffällig ist hier, dass die Geschwindigkeiten bei der stationären Berechnung in der Grenzschicht wesentlich größer ausfallen. Auch die Richtungen unterscheiden sich von stationärer zu instationärer Simulationen leicht. Es kommt im stationären Fall zu einem zweiten Wirbel im oberen Bereich des Spinnakers, der in der instationären Lösung nicht zu erkennen ist.

Für die Darstellung der Wirbelstrukturen wurde das Q-Kriterium nach Hunt u. a. [1988] gewählt. Es ist definiert durch

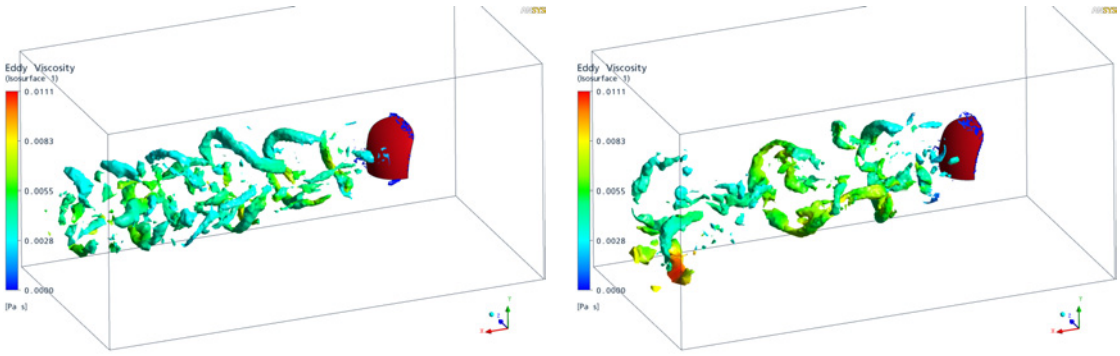
$$Q = \frac{1}{2}\left(|\Omega_{ij}|^2 - |S_{ij}|^2\right) > 0 \quad , \quad \text{wobei} \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{5.2}$$

und beschreibt einen Wirbel als ein Gebiet, in dem die EUKLIDische Norm des Rotationstensors Ω_{ij} größer ist als die des Scherspannungstensors S_{ij}. Der Scherspannungstensor wurde bereits in Gleichung 3.4 auf Seite 15 eingeführt. In den Abbildungen 5.14 ist auf den Isoflächen des Q-Kriteriums die Wirbelviskosität dargestellt. Beide Windeinfallswinkel zeigen vergleichbare Strukturen, es entstehen an der linken Seite des Spinnakers Wirbel,



(a) Windeinfallswinkel 45°, SST (b) Windeinfallswinkel 45°, Zeitschritt 5000 (c) Windeinfallswinkel 60°, Zeitschritt 5000

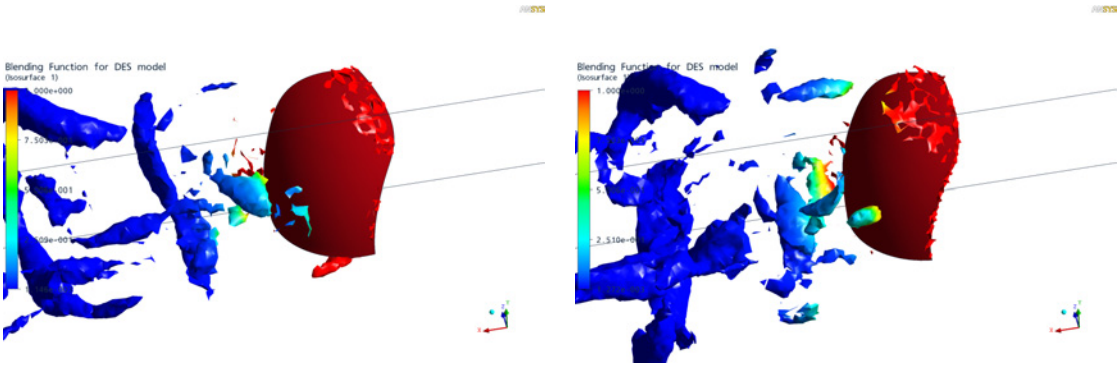
Abbildung 5.13: Geschwindigkeitsvektoren in der Grenzschicht des Spinnakers



(a) Windeinfallswinkel 45°, Zeitschritt 5000 (b) Windeinfallswinkel 60°, Zeitschritt 5000

Abbildung 5.14: Wirbelviskosität auf einer Isofläche des Q-Kriteriums

die sich dann ablösen und dem Strömungsverlauf folgen. In den Abbildung 5.15 ist auf den gleichen Isoflächen die DES-Blending-Funktion dargestellt. Erkennbar ist dort, dass die Ablösung der Strömung vom RANSE-Modell erzeugt werden, im späteren Verlauf aber durch das LES-Modell berechnet werden. Auch hier sind keine wesentlichen unterschiede in den beiden Windeinfallswinkeln zu erkennen. Durch die Auswertung konnte keine eindeutige Ursache für das Versagen des DES-Ansatzes ausgemacht werden. Beide Simulationen liefern sinnvolle Ergebnisse. Einzig die Auflösung der Grenzschicht könnte ausschlaggebend für die schlechten Ergebnisse mit den instationären Detached Eddy Simulationen sein.



(a) Windeinfallswinkel 45°, Zeitschritt 5000 (b) Windeinfallswinkel 60°, Zeitschritt 5000

Abbildung 5.15: DES-Blending-Funktion auf einer Isofläche des Q-Kriteriums

Kapitel 6

Diskussion

Die Auswertungen der Detached Eddy Simulation hinsichtlich ihrer Anwendung bei abgelösten Strömungen an Segeln zeigen, dass diese in einigen Fällen in der Lage ist, bessere Ergebnisse und vor allem wesentlich mehr Informationen über die turbulenten Strukturen zu liefern als stationäre Simulationen mit RANSE-Ansätzen. Allerdings ergeben sich für Windeinfallswinkel im Bereich von 40° bis 50° Kraftkoeffizienten, die von den experimentell bestimmten Werten stark abweichen. Die Ursache für das Versagen der DES war in dieser Arbeit nicht zu finden. Es wurde gezeigt, dass die Berechnung physikalisch sinnvolle Ergebnisse liefern.

Bei der Suche nach einem optimalen Rechengitter für diesen Anwendungsfall ergaben sich unstrukturierte tetragonal vernetzte Gitter als numerisch stabiler und einfacher in der Handhabung. Die speziellen Anforderungen einer DES an das Rechengitter lassen sich damit einfacher und schneller realisieren als mit strukturiert vernetzten Rechengittern.

Da die experimentell bestimmten Kraftkoeffizienten, die aus einer früheren Arbeit zur Verfügung standen, keinen Aufschluss über das Verhalten der Strömung geben, gestalten sich Auswertungen in dieser Hinsicht schwierig. Die Kraftkoeffizienten ergeben sich letztendlich aus der Summe der Druckunterschiede aller finiten Elemente, die die Spinnakeroberfläche approximieren. Ob diese Verteilung der Druckunterschiede in den Simulationen denen in der Realität entsprechen, ist dadurch nicht analysierbar. Ein Vergleich der Strömungsverläufe von Experiment und Simulation ist somit notwendig, um eine Ursache für das Versagen der DES finden zu können.

Die stationären SST-Simulationen zeigen im schwierigen Bereich, mit Einfallswinkeln von 40° bis 50°, bessere Übereinstimmungen mit den experimentellen Daten. Da die Ablösung der Strömung an der Spinnakeroberflächen auch bei einer DES von diesem Turbulenzmodell übernommen wird, verwundert es, dass in diesen wesentlich schlechtere Ergebnisse erzeugt werden. In einem Vergleich von stationärer SST-Simulation und instationärer Detached Eddy Simulation wurden die Unterschiede in den Ergebnissen aufgezeigt. Jedoch brachte auch dieser Vergleich keine Erkenntnisse hinsichtlich der schlechteren Kraftkoeffizienten der DES.

Neben der genaueren Untersuchung des kritischen Bereichs verbleibt die Möglichkeit, das Turbulenzmodell mit Hilfe seiner Modellkonstanten auf diesen speziellen Anwendungsfall zu trimmen. Dieser Prozess ist wahrscheinlich sehr langwierig, da verschiedene Parameter variiert werden können.

Beim Vergleich der stationären Simulationen dieser Arbeit mit den Ergebnissen von Lasher u. Sonnenmeier [2008] wird deutlich, dass schon eine höhere Anzahl an Elementen ausreicht, um die Qualität der Ergebnisse deutlich zu heben. Die Rechenzeiten steigen zwar, liegen aber immer noch weit unter denen einer instationären Simulation. Sofern ausschließ-

lich die Kraftkoeffizienten prognostiziert werden sollen, bieten stationäre Simulationen mit dem SST-Modell die verlässlicheren Daten in einem Bruchteil der Rechenzeit. Sind jedoch die turbulenten Strukturen von Interesse, so bieten die Detached Eddy Simulationen gute Resultate in annehmbarer Zeit, verglichen mit einer Large Eddy Simulation.

Leider konnte in dieser Arbeit nur ein Spinnaker der gegebenen Modellreihe berechnet werden, ein Auswertung hinsichtlich der Abhängigkeit der Leistung von den Geometrien der Segel war dadurch nicht möglich. Auch wenn die Simulationen die experimentellen Daten an einigen Stellen nur schlecht erreichen, könnten der Vergleich der Ergebnisse verschiedener Segelgeometrien zu guten Vorhersagen bezüglich der Einflüsse der Geometrieparameter führen.

Literaturverzeichnis

[Ansys CFX 2005] Ansys CFX: *Ansys ICEM CFD 10.0 Tutorial Manual*, August 2005

[Ansys CFX 2006] Ansys CFX: *Ansys CFX 11 Manual*, 2006

[Box u. a. 1978] Box, George Edward P. ; Hunter, J. S. ; Hunter, William G.: *Statistic for Experimenters: Design, Innovation and Discovery.* Wiley & Sons, 1978

[Córdova 2007] Córdova, Mauricio: *Modellierung und Simulation der stationären und instationären Strömung in Diffusoren*, Technische Universität Darmstadt, Diss., 2007

[Ferziger u. Perić 2008] Ferziger, Joel H. ; Perić, Milovan: *Numerische Strömungsmechanik.* Springer Berlin Heidelberg, 2008

[Fröhlich 2006] Fröhlich, Jochen: *Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen.* B.G. Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2006

[Hochkirch u. Hartmut 2000] Hochkirch, Karsten ; Hartmut, Brandt: Segelleistungsprognose aus Messungen im Originalmaßstab. In: *21. Symposium für Yachtbau und Yachtkonstruktion, Hamburg*, 2000

[Hunt u. a. 1988] Hunt, J.C.R ; Wray, A. ; Moin, P.: Eddies, stream and convergence zones in turbulent flows / Center for Turbulence Research. 1988 (CTR-S88). – Forschungsbericht

[International J/24 Class Association 2007] International J/24 Class Association: *J/24 Class Rules.* Februar 2007

[Lasher 1999] Lasher, William C.: On the application of RANS simulations for downwind sail aerodynamics. In: *Proceedings of 14th Chesapeake Sailing Yacht Symposium CSYS, Annapolis, Maryland, USA*, 1999, S. 157–170

[Lasher u. Richards 2007] Lasher, William C. ; Richards, Peter J.: Validation of RANS simulations for International America's Cup class spinnaker force coefficients in atmospheric boundary layer. In: *Journal of Ship Research* (2007), März, Nr. 51, S. 22–38

[Lasher u. Sonnenmeier 2008] Lasher, William C. ; Sonnenmeier, James R.: An analysis of practical RANS simulations for spinnaker aerodynamics. In: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* (2008), Nr. 96, S. 143–165

[Lasher u. a. 2005] Lasher, William C. ; Sonnenmeier, James R. ; Forsman, David R. ; Tomcho, Jason: The aerodynamics of symmetric spinnakers. In: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* (2005), Nr. 93, S. 311–337

[Lasher u. a. 2003] LASHER, William C. ; SONNENMEIER, James R. ; FORSMAN, David R. ; ZHANG, Cheng ; WHITE, Kenton: Experimental Force Coefficients for a Parametric series of Spinnakers. In: *Proceedings of 16th Chesapeake Sailing Yacht Symposium CSYS, Annapolis, Maryland, USA*, 2003, S. 153–160

[Launder u. Spalding 1972] LAUNDER, B. E. ; SPALDING, D.B.: *Lectures in Mathematical Models of Turbulence.* 1972

[Liaw 2005] LIAW, Kai F.: *Simulation of Flow around Bluff Bodies and Bridge Deck Sections using CFD*, University of Nottingham, School of Civil Engineering, Diss., Juni 2005

[Menter u. Kuntz 2003] MENTER, F. R. ; KUNTZ, M.: Development and application of a zonal DES turbulence model for CFX-5 / ANSYS CFX. 2003 (CFX-VAL17/0703). – Forschungsbericht. – ANSYS CFX Validation Report

[Menter u. a. 2003] MENTER, F. R. ; KUNTZ, M. ; LANGTRY, R.: Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model. In: HANJALIĆ, K. (Hrsg.) ; NAGANO, Y. (Hrsg.) ; TUMMERS, M. (Hrsg.): *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4.* Begell House Inc., 2003, S. 625–632

[Menter 1994] MENTER, F.R.: Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Application. In: *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal* 32 (1994), Nr. 8, S. 1598–1605

[Milgram 1993] MILGRAM, J.H.: Naval Architecture Technology Used in Winning the 1992 America's Cup Match. In: *Transactions* 101 (1993), S. 399–436

[Müller u. Graf 2005] MÜLLER, Olaf ; GRAF, Kai: Der Twist-Flow-Windkanal der Yacht Research Unit Kiel. (2005)

[Rung u. a. 2002] RUNG, T. ; XUE, L. ; YAN, J. ; SCHATZ, M. ; THIELE, F.: *Numerische Methoden der Thermo- und Fluiddynamik.* Technische Universität Berlin, 2002

[Spalart 2001] SPALART, Philippe R.: Young-Person's Guide to Detached-Eddy Simulation Grids / Boeing Commercial Airplanes. Langley Research Center, Hampton, Virginia 23681-2199, USA : National Aeronautics and Space Administration (NASA), Juli 2001 (NASA/CR-2001-211032). – Forschungsbericht

[Spalart 2004] SPALART, Philippe R.: *Topics in Detached-Simulation.* International Conference on Computational Fluid Dynamics 3 (ICCFD 3), Toronto, Canada, Juli 2004

[Strelets 2001] STRELETS, M.: Detached eddy simulation of massively separated flows / American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA). 2001 (AIAA-2001-0879). – Forschungsbericht

[Wilcox 1988] WILCOX, David C.: Re-assessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. In: *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal* 26 (1988), Nr. 11